

BAIRRAL, M. (2003) "Conceitos, procedimentos e atitudes em Matemática". Belo Horizonte, *Presença Pedagógica*, v.9, n.50, p.43-49, mar./abr. 2003.

Conceitos, Procedimentos e Atitudes em Matemática

Marcelo Almeida Bairral

*Doutor em Educação Matemática. Professor do Instituto de Educação da UFRuralRJ
Rodovia BR 465 km 7 – Seropédica – RJ CEP. 23851-970
mbairral@ufrj.br*

"Infelizmente, os PCNs de 1ª a 4ª séries são bastante ineficientes no bloco Espaço e Forma, deixando de oferecer, ao professor, reflexões profundas sobre o trabalho de Geometria em sala de aula, bem como orientações didáticas mais consistentes". *Profª Patricia*

Na *Revista Presença Pedagógica* n° 45, chamei a atenção para a importância do professor utilizar uma variedade de atividades, com vistas a enriquecer o processo ensino-aprendizagem de matemática. Entretanto, além de pensar no tipo de tarefa a ser proposta, o professor também deve ter consciência da importância da análise constante dos diferentes processos de raciocínio dos seus alunos, seja quando estes estão interagindo individual ou coletivamente com a atividade. O que farei agora é exemplificar processos cognitivos de uma professora ao aprender a aprender matemática, apresentando conteúdos curriculares que foram objetos de reflexão em um de seus planejamentos sobre simetria. Como elementos mediadores da aprendizagem apresento o *Livro de Espelhos*, algumas atividades e sugestões para a integração curricular no Ensino Fundamental.

1. Ampliando a Perspectiva do Conteúdo Curricular

Quando nos referimos a construção do conhecimento, seja em qualquer área, não podemos continuar na racionalidade do saber e do fazer. Devemos ampliar nossa perspectiva na medida que as habilidades, os procedimentos, os diferentes contextos e significados associados, bem como as atitudes do sujeito conhecedor frente ao objeto a ser (re)descoberto sejam sempre foco de atenção. Por isso, é importante percebermos o conteúdo curricular em termos de conceitos, procedimentos e atitudes.

Um **conceito** designa um conjunto de objetos, fatos, acontecimentos ou símbolos que possuem certas características comuns. A **atitude** constitui uma tendência a comportar-se de forma consistente e persistente frente a determinadas situações, objetos, fatos, acontecimentos ou pessoas. Por exemplo, as atitudes para a matemática referem-se ao valor, apreciação e interesse por esta disciplina e seu processo ensino-aprendizagem. Estas atitudes, de cunho mais afetivo que cognitivo, são manifestadas em termos de interesses, satisfação, respeito, curiosidade, partilha, cooperação, valorações, abertura, etc.

Um **procedimento** é um conjunto de ações ordenadas e orientadas para atingir um determinado objetivo. Para que um conjunto de ações constitua um procedimento, é necessário que o mesmo esteja orientado para alcançar determinado fim e que as ações ou passos sucedam com uma certa ordem. Um trabalho procedimental na aula de matemática não pode se resumir apenas em que o aluno aplique rotineiramente processos e algoritmos de cálculos, por exemplo.

Enquanto o conhecimento conceitual está caracterizado pelas relações e conexões distintas, em âmbito cognitivo, o conhecimento procedimental, que está composto pela linguagem formal ou sistema de representação simbólica da Matemática, também compreende os algoritmos ou regras necessárias para resolver tarefas e suas estratégias. Evidentemente, alguns procedimentos, principalmente os que fazem referência aos algoritmos, podem ser memorizados e não serem objetos de uma aprendizagem significativa, o que não acontece com os conceitos, que já o são. Assim, além dos conceitos e dos procedimentos, a aprendizagem de conteúdos atitudinais também constitui um elemento importante na medida em que o aluno desenvolva atitude positiva frente ao seu processo ensino-aprendizagem e que construa suas estruturas pessoais para apreciar a matemática, o seu valor e seu conteúdo sociais.

1.1 Exemplificando um Conteúdo Curricular em Matemática: as Isometrias

“Os PCNs de 3º e 4º ciclos abordam o tema das isometrias em apenas uma página e associam este trabalho às primeiras noções de congruência, uma vez que as transformações isométricas conservam as propriedades métricas das figuras. Também referem-se à aplicação deste tópico às situações do cotidiano, citando as diversas criações do homem, como por exemplo, desenhos de aeronaves, edifícios e móveis. Desenvolvo este tema com alunos do 2º ciclo, abordando apenas a simetria de reflexão e translação” *Profª Patrícia*”

De acordo com as inquietações e críticas construtivas de Patrícia¹ sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais, apresentarei, com base nas próprias idéias da docente, elementos de seu desenvolvimento profissional que apresentaram indícios de melhora na temática isometrias, em especial, a simetria. Vale destacar que Patrícia participou de nosso projeto de formação continuada (Bairral et al., 2001) e que parte dos exemplos aqui apresentados, fizeram parte das discussões em nossa comunidade de práticas.

As isometrias (simetria, rotação, translação) são transformações no plano que mantêm a forma e as medidas (comprimentos, ângulos). Estas transformações nos possibilitam, por exemplo, apreciar qualidades estéticas, criativas e geométricas inerentes às decorações artísticas do plano, baseadas em repetições, e nos ajudam a resolver problemas de classificação, traçado ou combinação de formas poligonais. Por exemplo, no ensino fundamental, como *objetivos*

¹ Pseudônimo

conceituais podemos identificar e analisar a presença (ou não) de isometrias em formas variadas. Neste processo podemos favorecer a construção de *procedimentos* diversos, tais como: manuseio de figuras planas para a comprovação de conjecturas, confecção e uso do livro de espelhos e de malhas (quadrada, triangular, hexagonal) para a obtenção de mosaicos, etc. E, *atitudes* favoráveis para apreciar a beleza derivada da repetição, a valorização das qualidades artísticas dos mosaicos e de sua utilização durante a História da Arte, bem como a curiosidade e interesse constantes para investigar sobre configurações e formas construídas, são exemplos de contribuições que um trabalho com as isometrias pode propiciar.

A seguir, apresento e descrevo parte do trabalho de Patrícia, ao analisar respostas de um grupo de alunos da 7ª série.

2. Análise Situada de uma Atividade e seus Desdobramentos Curriculares

Para facilitar a leitura apresentarei as respostas de Patrícia e as dos alunos em letra diferente. No anexo 1 segue na íntegra a atividade aqui comentada, a descrição do material utilizado (anexo 2) e outras atividades-exemplo (anexo 3). Um trabalho detalhado sobre o uso de espelhos como recurso didático pode ser encontrado em Murari et al. (2002). De maneira que o leitor possa ter idéia da dinâmica que se estabelece na análise crítica dos processos cognitivos envolvidos na atividade matemática, não farei uma análise pormenorizada do processo reflexivo e de construção do conhecimento profissional da professora neste conteúdo curricular, apenas exemplificarei traços do mesmo. As expressões negritadas são alguns exemplos de como Patrícia vai refletindo metacognitivamente sobre as respostas dos alunos (de 7ª série) e, conseqüentemente, (re)construindo os seus próprios significados.

1. Grupo (G) Com o ângulo de 180° fica formada apenas uma imagem.

Patrícia (Pa): Ok!

2. G: Quando o ângulo é 90° forma um quadrado e se colocarmos o lápis mais inclinado vemos um losango.

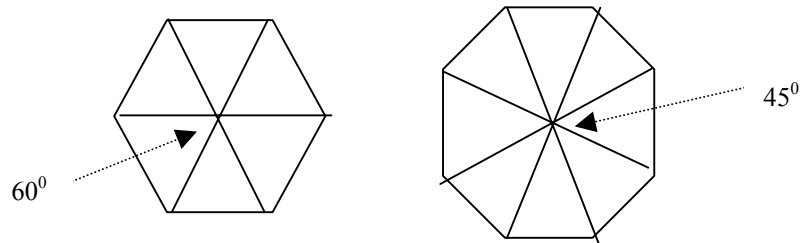
Pa: Ok! O grupo pode ter percebido que são formados 4 pequenos triângulos retângulos, compondo assim, um quadrado. **Quando** o lápis é inclinado, os ângulos se modificam, alterando os triângulos e conseqüentemente, o quadrado se transformará num triângulo. **Esta atividade é** muito interessante pois é possível visualizar a mudança da abertura do ângulo, nos 4 vértices do quadrado.

3. G: Com a ângulo de 45° formamos um hexágono. Não sabemos porque.

Pa: **Neste caso**, o grupo fechou o espelho sem pensar no somatório dos ângulos. Para ser um hexágono, são necessários 6 triângulos que tenham um dos ângulos medindo 60° . A composição destes 6 triângulos resulta num hexágono, pois $6 \times 60^\circ$ é igual a 360° . Com o livro de espelho isso é facilmente observável, desde que se pense na **composição dos ângulos**. **Foi muito interessante perceber** que os triângulos que compõem o hexágono não precisam, necessariamente, ser equiláteros, pois o importante é manter o ângulo de dentro com 60° . Os outros dois ângulos podem variar. **Isto é possível** observar mexendo o lápis. A composição de triângulos equiláteros formará um hexágono regular. **Foi muito legal ver tudo isso no livro de espelhos!**

4. G: Quanto mais nós vamos fechando os espelhos, aumenta o número de lados da figura.

Pa: Ok. **Aqui o grupo verificou que**, quando fechamos o espelho, o ângulo interno (de dentro) dos triângulos que compõem a figura diminui, sendo necessários mais triângulos para compor a figura, o que faz aumentar o número de lados.



5. G: E, veja que interessante! Utilizando apenas um espelho para analisar os eixos de simetria verificamos que todo polígono regular tem tantos eixos de simetria como vértices e, quando o número de vértices é ímpar, todos os eixos de simetria passam por um vértice e pela metade do lado oposto.

Pa: Ok. Meus alunos já puderam observar este fato usando espelhos sobre figuras planas. **Lembro-me que** a discussão maior esteve voltada para o círculo. E o círculo, quantos são seus eixos de simetria? Inicialmente, acharam que eram infinitos. Mas, **o próprio grupo achou** que seriam muitos, mas não infinitos, pois "a figura acaba, ela se fecha e os eixos de simetria também terão um fim".

Na medida em que envolve-se criticamente na atividade, socializa seus processos de raciocínio e inquietações profissionais, Patrícia aceita o desafio de propiciar aos seus alunos um processo ensino-aprendizagem diferente do que vivenciou na sua formação inicial em matemática. Por exemplo, com o texto seguinte a docente comenta descobertas e o que pensou de diferente a partir das respostas dos alunos e socializa necessidades pessoais em seu processo de análise.

“**Parei para pensar** sobre o somatório dos ângulos centrais dos triângulos que compõem uma figura, que sempre deve ser de 360°. **Senti a necessidade de** explicar com o desenho das figuras”.

Complementando sua reflexão crítica a professora mostrou inserir elementos curriculares inovadores em sua prática e apresentou exemplo de como os desenvolve em uma turma de 2º ciclo do Ensino Fundamental.

Conteúdos/objetivos	Profª Patrícia	O que fez/faz Patrícia no 2º ciclo
<i>Conceituais</i>	“Tenho como objetivos a compreensão do conceito de simetria e eixos de simetria, ou seja, que meus alunos reconheçam a presença de um ou mais eixos de simetria numa figura ou mesmo que possam afirmar que há figuras que não possuam eixos de simetria. Desenvolver o olhar para o reconhecimento desta propriedade em figuras planas e tridimensionais significa explorar a capacidade de visualizar, onde habilidades como percepção da posição no espaço, percepção das relações espaciais e coordenação viso-motora são desenvolvidas”	<p>“Em geral utilizamos muito papel e tesoura. Para fazer a bandeirinha da festa junina, percebem que uma dobra de papel é suficiente. Daí para frente, começam a dobrar o papel mais vezes e a descobrir o que acontece.</p> <p>Percebem que quanto mais dobram o papel, mais o mesmo motivo aparecerá.</p> <p>Na verdade, as dobras são uma forma de gerar imagens simétricas de uma mesma figura muitas vezes. Ao invés de usarmos os termos refletir ou transladar, falamos simplesmente em repetir.</p> <p>Com esta idéia, criam “toalhinhas” de papel para bandeja (fazem questão de dar às mães!). É interessante que após esta análise das dobras e dos cortes, passam a planejar os cortes no papel, tendo em mente (criando a imagem mental – prevendo) o resultado. Dobram o papel de acordo com o que querem produzir. Aos poucos percebo que há um planejamento do trabalho, que as dobras e os cortes deixam de ser aleatórios”.</p>
<i>Procedimentais</i>	“Procedimento está diretamente relacionado a um “saber fazer”. Estarei desenvolvendo a habilidade prática de construção de figuras simétricas. Por exemplo: como confeccionar uma máscara para o Carnaval de modo a garantir a simetria de um rosto? Como construir uma faixa decorativa para as paredes da sala de aula? Como recortar uma bandeirinha de festa junina de modo que ela fique “certinha”? Como reproduzir, no menor tempo, a mesma forma várias vezes?”	
<i>Atitudinais</i>	“Prevalece a sensibilização do olhar para as formas que nos rodeiam. Olhar para o mundo de um jeito diferente, procurando a BELEZA da simetria nos objetos e na própria natureza é um “valor” a ser construído no interior da escola”	

Vale ressaltar que apresentei parte das reflexões e idéias da docente, pois ao longo do curso aprofundamos e (re)significamos, no coletivo profissional e a partir dos interesses de cada docente, a análise dos conteúdos curriculares objetivados na unidade. No caso de Patrícia, a professora teve a oportunidade de rever e reorganizar seus argumentos, dentre eles, sua análise à resposta do item 5 (primeiro quadro).

4. Em vias de conclusão

A utilização de uma tarefa “bem planejada” ou um recurso “didaticamente elaborado” não implica na aprendizagem. A inovação das aulas através de uma variedade de atividades e materiais didáticos é importante, porém não será a mera adoção dos mesmos que resolverá a problemática e a complexidade da construção do conhecimento. Por exemplo, sobre os recursos, sabemos que cada um possui suas limitações, suas potencialidades e, assim, contribui diferentemente, na constituição e significação dos conceitos matemáticos.

No complexo binômio Ensinar-Aprender é imprescindível o professor tornar-se um sujeito que também aprende continuamente a partir das contribuições (perguntas, respostas, sugestões, facilidades, dificuldades, etc.) dos seus alunos e da dinâmica colaborativa de trabalho com eles estabelecida. Assim, os processos cognitivos e interativos entre aluno(s) e professor(es) desenvolvidos a partir da atividade matemática, também precisam estar inseridos em uma comunidade de aprendizagem – a sala de aula – que deve preconizar a integração curricular, dentre outros. No caso das isometrias, apresento algumas sugestões:

- ✓ A utilização de caleidoscópios, de dobraduras e cortes, de mosaicos diversos (construção e estudos) e o estudo das simetrias no próprio corpo, também pode enriquecer a aula e ajudar na construção de outros significados.
- ✓ O uso de espelhos também possibilita um trabalho integrado no laboratório de ciências, por exemplo, com atividades de reflexão da luz.
- ✓ Uma das características mais importantes dos poliedros é o seu alto grau de simetria. A simetria pode ser um método utilizado para classificar formas. Assim, a análise dos modelos poliédricos com outras estruturas (de átomos, de cristais, etc.) pode constituir uma atividade interessante.
- ✓ Na linguagem corrente, a palavra “simetria” significa “com a mesma medida” e está associada a harmonia e ritmo. Por outra parte, simetria também pode se associada a uma idéia de repetição, uma repetição de um mesmo motivo, que confere sua unidade a motivos tão diversos como os diversos tipos de vitrais em catedrais, o desenho sobre telas, pisos, pavimentos e paredes ladrilhadas, que são exemplos de mosaicos e, que exibem regularidades geométricas. Em cristalografia essas idéias são utilizadas para classificar propriedades da matéria e, em psicologia, nos processos de identificação e imitação.

- ✓ E o nosso corpo? Ele é realmente simétrico? Há simetrias aparentes? Há formas “bem determinadas”? Não valeria a pena inserir este tipo de observação e discussão em nossas aulas?
- ✓ Outra integração curricular possível é estudar os mosaicos na História da Arte: Bizantina, Mosaicos Romanos, Mosaicos Árabes, etc.
- ✓ Sabemos da diversidade cultural do nosso país. Com certeza em cada cidade/região existem elementos culturais (artesanatos, estruturas variadas, logotipos, etc.) que podem ser utilizados como objetos de estudo e dinamizadores no trabalho com as isometrias.

5. Referências

BAIRRAL, M.A. “Aulas diferentes de Matemática: o caso dos ângulos”. *Presença Pedagógica*, Belo Horizonte, v.8, n.45, p.51-57, maio/jun.2002.

BAIRRAL, M.A.; GIMÉNEZ, J. e TOGASHI, E. “Desenvolvimento profissional docente baseado na WEB: perspectivas para a Educação Geométrica”. *Boletim GEPEN*, Rio de Janeiro, nº 39, p. 25-36, set./2001.

MURARI, C.; PÉREZ, G. E BARBOSA, R.M. (2002) “O uso de espelhos e caleidoscópios em atividades educacionais de geometria para 7ª e 8ª séries”. *BOLEMA*, Rio Claro-SP, ano 15, n.18, p.1-25.

ANEXO 1: Parte da Atividade Utilizada como Exemplo neste Artigo

Após várias aulas sobre simetria, utilizando o *livro de espelhos*, você pede para seus alunos da 7ª série relatarem em grupo o que observaram neste trabalho. *É imprescindível dispor do material. Você pode construir o seu! Vá a uma vidraçaria em sua cidade e consiga pedaços de espelhos de mesmo tamanho.*

Eis a atividade:

1. Abrir o livro de espelhos num ângulo de 120°
2. Colocar sobre sua linha divisória (bissetriz) um pequeno objeto (uma borracha, por exemplo) e contar o número de imagens observadas.
3. Colocar perpendicularmente à linha divisória um lápis com os extremos em ambos os espelhos. Observe a figura determinada.

Contate um colega do curso para corrigir e comentar contigo as observações seguintes, relatadas por um dos grupos (*grupo 2*).

- ✓ “Com o ângulo de 180° fica formada apenas uma imagem.
- ✓ Quando o ângulo é 90° forma um quadrado e se colocarmos o lápis mais inclinado vemos um losango.
- ✓ Com o ângulo de 45° formamos um hexágono. Não sabemos porque.
- ✓ Quanto mais nós vamos fechando os espelhos, aumenta o número de lados da figura.
- ✓ E, veja que interessante! Utilizando apenas um espelho para analisar os eixos de simetria verificamos que todo polígono regular tem tantos eixos de simetria como vértices e, quando o número de vértices é ímpar, todos os eixos de simetria passam por um vértice e pela metade do lado oposto”

Como foram estes alunos? Que facilidades/dificuldades tiveram? O que descobriram de novo que você não tinha pensado sobre? Apresente duas observações importantes que você gostaria que outro grupo destacasse.

ANEXO 2: Livro de Espelhos



Livro de Espelhos

Os espelhos são recursos básicos para o trabalho com simetria. O *livro de espelhos* é um material que pode ser construído unindo com fita adesiva dois espelhos retangulares (por exemplo, de 15×10 cm) de maneira que ao abriremos/fechamos os espelhos muitas imagens são formadas.

Podemos também colocá-lo sobre uma folha de papel ofício com algum desenho, em malhas quadriculadas, etc. e, ao abri-lo e fechá-lo, apreciar as interessantes imagens que se formam.

Sua utilização possibilita, dentre outras:

- ✓ identificar variantes e invariantes em movimentos.
- ✓ gerar polígonos regulares e estudar relações entre ângulos e eixos de simetria e número de lados.

ANEXO 3: outros usos educativos dos espelhos

ESPELHOS: ATIVIDADE EXEMPLO 1



Objetivo: observar formas ao situar-se próximo ao espelho.

Material: 01 espelho grande

Situando um aluno diante do espelho peça aos demais alunos que verifiquem e analisem o tipo de imagens que podem ser formadas de acordo com os movimentos e ângulos do aluno frente ao espelho.

ESPELHOS: ATIVIDADE EXEMPLO 2



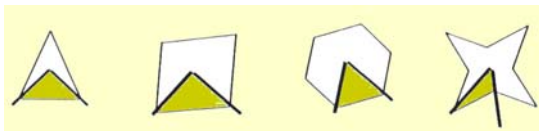
Caleidoscópio

Objetivo: observar formas ao situar-se próximo ao espelho.

Material: espelhos (formando caleidoscópico)

Situando aluno(s) próximo do(s) espelho(s) peça aos demais alunos que verifiquem e analisem o tipo de imagens que podem ser formadas de acordo com os movimentos e ângulos do aluno frente ao espelho.

ESPELHOS: ATIVIDADE EXEMPLO 3



Objetivo: formar e identificar polígonos

Desenhe um segmento em uma folha e com o *livro de espelhos* reproduza polígonos regulares: triângulo, quadrado, pentágono, etc. O que você pode relatar? É possível formar outros tipos de polígonos? Quais? Comente.