BAIRRAL, M.A. (2002). ¨Aulas diferentes de Matemática: o caso dos ângulos¨. *Presença Pedagógica*, Belo Horizonte, v.8, n.45, maio/jun., p.51-57.

Aulas diferentes de Matemática: o caso dos ângulos

Prof. Marcelo Almeida Bairral - mbairral@ufrrj.br
Instituto de Educação - UFRuralRJ

Introdução

Pesquisas em Educação Matemática têm ressaltado para a atenção que o professor deve ter aos diferentes processos cognitivos dos alunos ao realizarem tarefas matemáticas e, para isso, a importância de utilizar uma variedade de atividades nas quais alunos e professores possam comunicar suas idéias e produzir significados (Lins e Giménez, 1996) para o processo ensino-aprendizagem de matemática. O que pretendo neste artigo é despertar no professor a consciência para este fato e propiciá-lo mais uma oportunidade para refletir sobre sua prática cotidiana em matemática. Para isso, utilizarei como exemplo os ângulos.

Tradicionalmente, o processo ensino-aprendizagem de ângulos é feito sem explorar e desenvolver processos geométricos importantes, por exemplo, a observação, a comunicação, a representação e a comparação. Ainda tenho visto, em diferentes espaços de formação que atuo, por exemplo em Bairral, Giménez e Togashi (2000), que para o professor -ou futuro professor- o trabalho com ângulos somente acontece -ou deveria ocorrer- a partir da sexta série e muito restrito ao plano (retas paralelas cortadas por transversal e soma dos ângulos internos dos polígonos mais comuns). Assim, apresentarei neste artigo uma policemia de situações de aprendizagem[1] que podem ser enriquecedoras para uma dinâmica de aula que atente para os processo geométricos anteriormente destacados e, obviamente, que potencializem nos professores o desenvolvimento de atitudes favoráveis ao seu crescimento profissional em matemática.

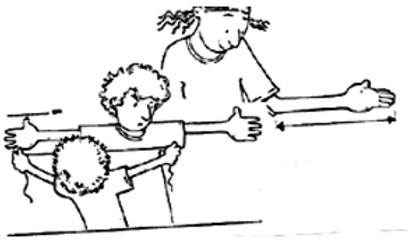
Ângulos no currículo! Para que? Para fazer o que?

[1] Vejo situação de aprendizagem como algo bem amplo. Pode ser uma tarefa em concreto no âmbito da disciplina ou o desenvolver de um projeto integrado. No entanto, o que considero importante é a atenção que o professor deve ter para o seu desenvolver, isto é, as relações que são construídas pelos alunos durante o processo de realização (interação + cognição + comunicação) e, não, a sua condução de acordo com os interesses prévios do professor.

As situações de aprendizagem sugeridas aqui não são específicas para determinado ciclo e, tampouco, têm a pretensão de esgotar a temática ou minimizar sua complexidade. São para que professor possa pensar em como propor uma situação que se adeque à sua realidade de trabalho. É importante também pensarmos na contribuição de cada uma para o desenvolvimento dos conteúdos curriculares (conceitos, procedimentos e atitudes) em matemática.

1. Movendo meu corpo, formando ângulos.

Movendo meu corpo!



2. Vendo sombras e associando a ângulos.

(a) Observando e comunicando o que fizemos...

¨Esta manha saímos para observar nossas sombras no pátio da escola. A primeira observação foi às 10 h, quando o sol estava tão alto que fazia em cada aluno uma grande sombra no chão. A sombra do Luís foi a maior de todas. Quando o sol movimentou e baixou, as sombras diminuíram. Ao meio dia as sombras ficaram muito pequenas e a sombra do Luís foi a menor de todas¨. Relato do aluno Luan, de 10 anos, após a atividade proposta pela professora.

(b) Observando, representando graficamente e comparando

É grande a sombra? Veja o gráfico desenhado por José e Pedro, alunos do 3º ciclo, sobre o comprimento das sombras durante o dia. Qual dos gráficos está correto? Por que?

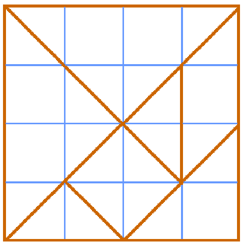
(c) Observando e comunicando diferentemente

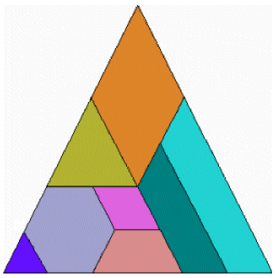
¨Percebi que o tamanho da sombra depende do ângulo que o raio limite faz com o chão. Ângulo grande, sombra pequena; ângulo pequeno, sombra grande. O ângulo sob o qual vemos um objeto não depende só da distância, mas também de nossa posição¨. Texto do aluno Henrique, de 14 anos.

3. Característica de objetos, figuras, etc.

(a) Medir os ângulos em vários triângulos dados e calcular aproximadamente a soma dos mesmos.

(b) Utilização de diferentes TANGRANs e outros quebra-cabeças.





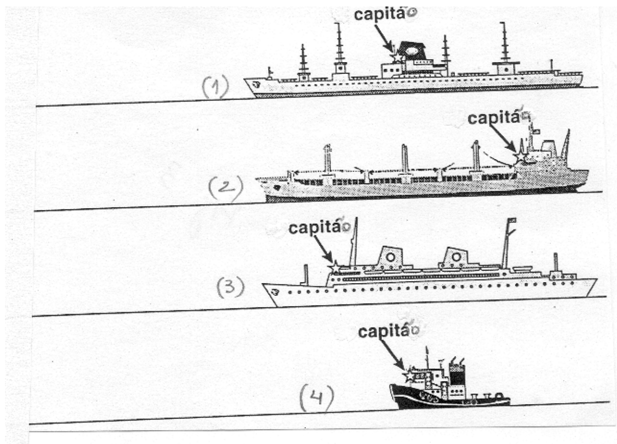
(c) Propriedade de polígonos ou sólidos.

4. Ângulo como mudança de direção.

(a) Vamos caminhar! Marque um ponto A de partida e avance em linha reta 10 cm. Gire 90º a esquerda, avance 10 cm, gire 135º a esquerda e avance 14 cm. Quantos graus você tem que girar para voltar ao ponto de partida?

5. Ângulos e campo de visão.

(a) Em qual das embarcações o capitão pode ver melhor?

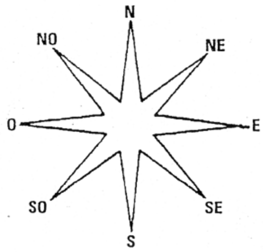


(b) O ângulo (canto) da trave, no jogo de futebol.

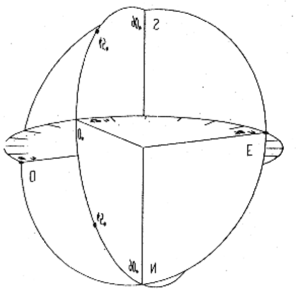
(c) Ao tirar uma fotografia (de uma pessoa, de uma região para fazer um croqui, etc.)

6. Ângulos para orientação ou referência.

(a) A rosa dos ventos! Imagine que um barco está navegando em direção N e quer ir na direção NO. Até onde e quantos graus deve girar?



(b) Você tem um amigo "antípoda" que vive em um ponto da terra diametralmente oposto a você. Como poderia vê-lo e saber aonde está situado?



(c) Pedir a um da sala de aula e esconder um objeto. Pedir a um aluno que ficou na sala para que lhe dê (por escrito ou oralmente) ¨informações matemáticas¨ de como encontrar o objeto. Veja uma observação feita pelo aluno Inácio (13 anos) após este tipo de trabalho, quando a professora pediu aos alunos que escrevessem sobre o que aprenderam na aula: *¨Para indicar posições podemos dar um ponto e uma linha de referência, um ângulo com respeito a esta referência e a distância ao ponto. Ainda estou pensando, pois não sei se apenas com estas informações consiguiria encontrar o objeto¨.*.

7. Ângulos e formas de expressão cotidiana.

(a) Pergunta do aluno Felipe (11 anos). *¨Professora, ontem ouvi minha mãe dizer: ¨este ano vou dar uma virada de 360^o em minha vida. Que quer dizer isso? Virar 360^o graus? Como? Ela não vai voltar ao começo?¨*

(b) Os ¨*cantos*¨ dos polígonos. Um polígono é uma figura plana formada por vários ângulos. Em grego, **poli** quer dizer "vários" e **gonos** quer dizer "ângulo".

8. Ângulos ¨na geometria das abelhas¨

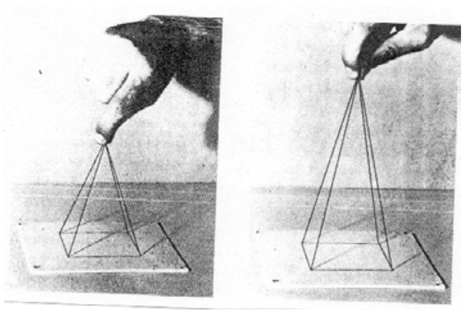
As abelhas, na construção de seus alvéolos, resolvem um problema de "alta matemática". Com uma única finalidade a abelha constrói os seus curiosos alvéolos: depositar o mel que fabricam de forma mais econômica, isto é, com o maior volume ou capacidade, para a menor porção de material empregado. Esses alvéolos são feitos de cêra e neste plano de construção, é preciso que a parede de um alvéolo sirva também ao alvéolo vizinho. Logo o alvéolo não pode ter forma cilíndrica, pois, do contrário, não haveria paredes comuns e o desperdício de material seria enorme. Era preciso, pois, utilizar uma forma prismática. Os prismas (os alvéolos) devem encher totalmente o espaço sem deixar interstícios. As paredes devem ser comuns. Os únicos prismas regulares que podem ser justapostos sem deixar interstícios são: o prisma triangular, o quadrangular e o hexagonal. Desses três prismas regulares qual será o mais econômico? Em outras palavras: qual dos três prismas (tendo áreas laterais iguais) apresenta maior volume? As três únicas maneiras com que podemos fechar o espaço com prismas regulares e iguais sem deixar interstícios: **(1)** com prismas quadrangulares iguais (ângulos de 90º); **(2)** com prismas triangulares regulares iguais (ângulos de 60º) e, **(3)** com prismas hexagonais regulares iguais (ângulos de 120º). Observem que 60º, 90º e 120º são divisores de 360º e ângulos internos de polígonos regulares... Assim, as abelhas preferiram o prisma hexagonal por ser o mais econômico.

9. Ângulos em situações dinâmicas (com possibilidade de movimentos) ou estáticas.

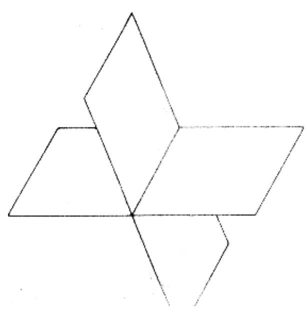
(a) Observação do encontro de paredes (estática).

(b) A importância da ¨triangulação¨ em estruturas (construções, andaimes, etc.) diversas para a rigidez (estáticas).

(c) Ângulos nos exemplos de ¨*poliedros deslocáveis*" com elásticos. (dinâmica)



(d) Ângulos formados na interseção de planos (estática ou dinãmica)



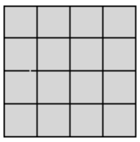
(e) Observando ângulos em atividades utilizando o software *CABRI Geometrie*[2] (dinâmica).

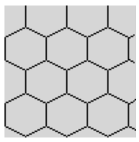
10. Ângulos para analisar e tomar decisões importantes.

(a) Porcentagem e construção de gráficos (de setores) para análises variadas. Que tipos de gráficos apresentam nossos jornais? O que eles querem dizer? Eles apresentam falhas em sua construção?

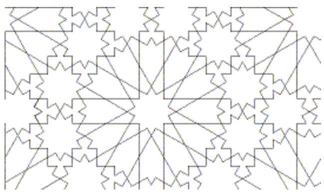
Finalizando gostaria de ressaltar a importância de utilizarmos situações de aprendizagem que desenvolvem atitudes investigativas, que objetivem um processo de saber-fazer-aprender crítico, significativo, construtivo e desafiador. Para isso, não podemos deixar de inserir nas aulas de matemáticas situações de aprendizagem que, além da integração curricular, desenvolvam nos alunos a atitude investigadora, o respeito e valorização aos diferente produtos culturais e a atenção para a evolução histórica.

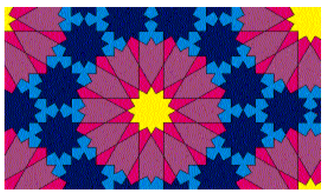
Por exemplo, sobre a pavimentação de superfícies planas, podemos propor situações do tipo: é possível pavimentarmos, sem deixar ¨buracos¨, com qualquer formato de piso? É preciso ser do mesmo tipo de cerâmica? E se utilizássemos distintos tipos cerâmica? O que aconteceria?





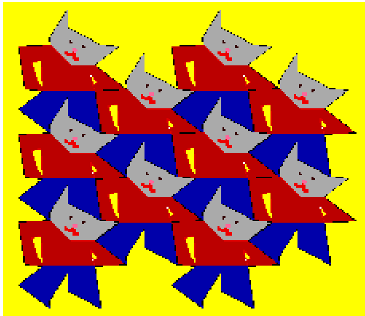
O que acontece quando pintamos um tipo de pavimentação? É possível sabermos como foi construída? É possível identificarmos um padrão?



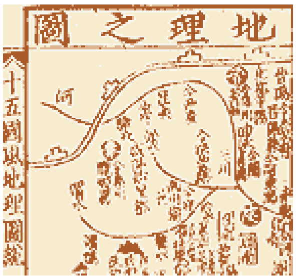


[2] http://www.imag.fr

Enriquecendo este tipo de dinâmica, podemos inserir e despertar para a atitude de buscar e valorizar a componente cultural. Por exemplo, segue uma interessante tesselagem do Havaí. E os nossos artesões, que tipo de tesselagem fazem? O que fazem os nossos índios? Em que enriqueceriam este tipo de trabalho?



E ao longo da História, como as diferentes civilizações utilizavam as noções sobre ângulos?



Por exemplo, a mil anos antes de Cristo, os babilônios já faziam observações baseadas nos ângulos, como podemos ver nos vestígios de suas tabletas. Como outras culturas utilizam o conceito de ângulo? Como o fazem? Para que?

Pensando em uma possível integração curricular com a Física, também podemos pensar nos ângulos das inclinações (subidas/descidas) de estradas e nas inclinações (alinhamento/balanceamento) das rodas/pneus de um carro.

Concluindo ...

Precisamos romper com a **estrutura curricular**, infelizmente ainda vigente em muitas escolas, na qual os conteúdos são trabalhados desarticuladamente, ou seja, cada um ¨em seu devido lugar¨ , só podendo ser aberta a gaveta (Imenez e Lellis, 1994) em momentos determinados. Por exemplo, a gaveta de ângulos só se abre na 6ª série. Precisamos mudar essa prática, pois assim não podemos exigir nada a mais do nosso aluno e ele continuará ¨vendo¨ tudo desarticulado, fruto de um trabalho ¨dirigido¨ feito com ele e que as teorias cognitivas já mostraram que não é eficiente.

O trabalho com ângulos, em todo o currículo escolar, não pressupõe um trabalho inicial com polígonos e não deve ficar restrito ao plano. É importante, por exemplo, explorar -em situações diversas- o trabalho com ângulos entre duas retas, entre uma reta e um plano, entre dois planos, ângulos diedros e ângulos poliedros.

Como comentamos, existe uma **variedade de situações de aprendizagem** que podemos utilizar para que nosso aluno construa significado sobre os diferentes aspectos (ângulo como característica de objetos, como inclinação, como abertura, como expressão de uma orientação, ...) do conceito de ângulo e assim, desenvolva e construa significativamente o seu ¨repertório matemático¨. Para isso, uma **tarefa geométrica** não necessariamente tem que estar associada a um ciclo específico e ficar restringida ao desenvolvimento de determinado conteúdo curricular e especialmente a um conceito.

Quanto ao **uso do recurso**, é importante ressaltar que trabalhar no concreto não resolve o problema das dificuldades dos alunos e, em alguns casos, pode ser pior. Muitos professores ainda pensam que apenas utilizar o concreto é sempre bom e que isso já é suficiente para que a aprendizagem aconteça. Nossos alunos desenvolvem o **pensamento geométrico** realizando ações e refletindo/comunicando sobre essas ações. A atenção para o que diz/pensa nosso aluno, bem como a análise e discussão conjunta da resposta, tanto com outros colegas professores, como com a própria turma, faz com que tanto o professor como o aluno enriqueça o seu repertório e estabeleça **relações cognitivas** possivelmente não pensadas. Nesta perspectiva, espero ter contribuído com este artigo, ou seja, para que a aula de matemática faça parte integral da vida de nossos alunos e não seja apenas uma ¨*tarefa de casa*¨.

Referências Bibliográficas

BAIRRAL, M. A.; GIMÉNEZ, J. e TOGASHI, E. (2000) *Geometria para 3º e 4º ciclos.* Seropédica: UFRuralRJ http://www.ufrrj.br/institutos/ie/geometria/

IMENES, L.M. e LELLIS, M.C. ¨O Currículo Tradicional e a Educação Matemática¨. *A Educação Matemática em Revista.* Blumenau, nº 2, p.5-12, 1994.

LINS, R. e GIMÉNEZ, J. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI.* Campinas, Papirus, 1996.

Sobre o autor

Doutorando em Educação Matemática na Universidade de Barcelona. Professor Assistente do Instituto de Educação da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro na área de Didática e Prática de Ensino de Matemática. Foi professor da Educação Básica na rede pública e privada de 1987 a 1996. Foi membro da Diretoria da SBEM-RJ (Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Rio) nos bienios (95-96 e 97-98) e membro do Comitê Editorial (99-2000). No âmbito da Educação Matemática, atualmente tem pesquisado sobre a importância da formação a distância por Internet para o desenvolvimento profissional docente em matemática/geometria, especificamente no 3º e no 4º ciclo do Ensino Fundamental. Tem participado apresentando seus trabalhos de pesquisa em diversos congressos nacionais e internacionais.