



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA.

ELEN ROZA DA CONCEIÇÃO SILVA

TRABALHANDO QUADRILÁTEROS EM DISPOSITIVOS
MÓVEIS COM O APLICATIVO FREEGEO

SEROPÉDICA

2017

III



ELEN ROZA DA CONCEIÇÃO SILVA

**TRABALHANDO QUADRILÁTEROS EM DISPOSITIVOS
MÓVEIS COM O APLICATIVO FREEGEO**

Monografia Apresentada à Banca Examinadora da UFRRJ, como requisito parcial para obtenção do título de Graduado em Matemática na modalidade de Licenciatura em Matemática, sob a orientação do professor Marcelo Almeida Bairral.

SEROPÉDICA

2017

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

**COORDENAÇÃO DO CURSO DE GRADUAÇÃO EM
MATEMÁTICA.**

A monografia
“TRABALHANDO
QUADRILÁTEROS EM
DISPOSITIVOS MÓVEIS
COM O APLICATIVO
FREEGEO”, apresentada e
defendida por ELEN ROZA DA
CONCEIÇÃO SILVA matrícula
201319013-1 foi aprovada pela
Banca Examinadora, com
conceito “S” recebendo o
número 684.

Seropédica, 13 de dezembro de 2017.

BANCA EXAMINADORA


Prof. Dr. Marcelo Almeida Bairral
Orientador


Prof. MSC. Gisela Maria da Fonseca Pinto


Prof. MSC. Alexandre Rodrigues de Assis

SEROPÉDICA

2017

AGRADECIMENTOS

E chegou a hora de referenciar aos que fizeram parte dessa caminhada. Então, é com satisfação e um enorme sentimento de gratidão, que:

Agradeço primeiramente a Deus, pela minha vida e saúde, por ter me dado forças para superar os momentos difíceis, por me proporcionar a oportunidade de viver cada momento dessa trajetória e conhecer pessoas maravilhosas.

Agradeço aos meus pais Irene e Belmiro por todo amor, incentivo e cuidado comigo, pelo apoio nas horas difíceis, de cansaço e desânimo, por me enxergarem melhor do que sou e também por terem orgulho e acreditar em mim.

Agradeço a minha família, novamente meus pais e também aos meus irmãos Belmiro, Wilton, Gisele e minhas sobrinhas Manuela, Julia e Paloma. Por cada lanche, beijo, abraço, mimos e suas presenças em minha vida. Pelas palavras de incentivo e compreensão quando precisava me ausentar. Pelos pequenos gestos de carinho que fizeram e fazem toda diferença. Vocês são minha força e inspiração, amo vocês.

Agradeço aos colegas de turma Georja, Isabela, Giane, Leticia, Beatriz, Paulo, Jonathan, Letícia, Monick pela amizade, por nosso crescimento coletivo e por todos os momentos de alegria e incentivo que passamos juntos. As horas de estudos em grupo não seriam as mesmas sem vocês.

Agradeço aos amigos se mantiveram e aguentaram minhas ausências quando eu precisava estar estudando ou quando eu precisava estar em casa. Amigos de antes da Rural e amigos que da Rural pra vida.

Agradeço meu professor e orientador Doutor Marcelo Bairral, pela oportunidade em fazer parte de seu projeto de pesquisa nos últimos dois anos, por acreditar em mim e dedicar seu tempo e suas experiências a me orientar, pelos incentivos e ensinamentos. Muito obrigada pela paciência e carinho nos momentos de ansiedade.

Agradeço aos professores Gisela Pinto e Alexandre Assis por aceitarem fazer parte da minha banca e pelos compartilhamentos durante essa caminhada, que foram muito valiosos para minha formação profissional e pessoal.

Agradeço aos professores do meu curso, em especial novamente Marcelo Bairral e Gisela Pinto e também Douglas Monsôres, Márcia Chaves e Márcio Vianna. Certamente marcaram minha graduação com suas aulas, incentivos, dedicação, disponibilidade e paciência. Espero ser uma ótima e dedicada educadora como vocês, com amor e carinho à profissão e aos discentes.

Agradeço a todos os integrantes do PIBID e do GEPETICEM por todo compartilhamento de experiências. Muito obrigada aos coordenadores pelas oportunidades e também aos colegas do grupo de pesquisa por me receberem de braços abertos.

Agradeço a professora Maria Angélica, do CIEP-155 em Seropédica, pela parceria durante as atividades dessa pesquisa.

Enfim, agradeço a todos que de alguma forma dedicaram seu tempo, compartilharam experiências e torceram para o alcance dessa conquista.

Muito obrigada!

RESUMO

Nos últimos anos temos visto um crescimento das tecnologias de informação e comunicação (TIC) e de dispositivos *touchscreen*. É cada vez mais evidente, a presença da tecnologia com toque sensível em tela, em nossas vidas e também é relevante que ela faça parte dos processos de ensino e de aprendizagem. Este monográfico propõe uma reflexão sobre o uso de aplicativos no ensino de matemática, especificamente em geometria. Para tanto vamos discorrer sobre a relevância dos dispositivos móveis em sala de aula, apresentar uma proposta de atividades juntamente com a sugestão de um aplicativo e analisar resultados de uma implementação sobre quadriláteros com alunos do Ensino Médio. O aplicativo apresentado nesta monografia é o *FreeGeo* com *touchscreen*. Para as análises serão utilizadas as fichas de atividades usadas com os discentes e registros da autora. As tarefas e o aplicativo permitiram que os alunos manipulassem, expusessem e registrassem suas ideias. Portanto, dinâmicas como a ilustrada nesse monográfico podem estimular e aprimorar explorações, conjecturas e investigações geométricas no currículo.

Palavras-Chave: Dispositivos móveis; Smartphones; FreeGeo; Touchscreen; Quadriláteros.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
CAPÍTULO I: TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	14
1.1.Aparatos tecnológicos	14
1.2.Tecnologias móveis com toques em tela: <i>smartphones</i>	15
1.3.Ensino de matemática e as tecnologias	18
CAPÍTULO II: AMBIENTES DE GEOMETRIA DINÂMICA	20
2.1.Aplicativos de geometria dinâmica	20
2.2.O FreeGeo.....	23
2.2.1.Como obter e iniciar o software	23
2.2.2.Reconhecendo e apresentando algumas ferramentas do FreeGeo.....	24
2.2.3.Compartilhando o FreeGeo com o <i>MyAppSharer</i>	25
CAPÍTULO III: IMPLEMENTAÇÃO E ANÁLISE DE ATIVIDADES	27
3.1.Experiências	27
3.2.Atividades Realizadas na Escola	28
3.2.1.Oito aulas se passaram: Contrastando a sondagem inicial com a final ..	34
3.2.2.Uma análise transversal dos encontros: Caroline e Victor.....	37
3.2.3.Trajetória de Caroline	38
3.2.4.Trajetória de Victor	42
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	46
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	48
APÊNDICE	50
Apêndice I: Ficha de sondagem inicial	50
Apêndice II: Ficha de atividade 1.....	51
Apêndice III: Ficha de atividade 2	52
Apêndice IV: Ficha de atividade 3	53
Apêndice V: Ficha de atividade 4.....	54
Apêndice VI: Ficha de sondagem final	55
Apêndice VII: <i>MyAppSharer</i>	56

Lista de imagens

Imagem 1: Exemplos de tecnologias móveis	14
Imagem 2: Exemplos de tecnologias móveis digitais.....	14
Imagem 3: Ícone do Tangram HD.....	17
Imagem 4: Capturas de tela do Tangram HD	17
Imagem 5: Ícone do FreeGeo	23
Imagem 6: Tela inicial do FreeGeo	24
Imagem 7: Ícone do MyAppSharer	26
Imagem 8: Capturas de tela do MyAppSharer	26
Imagem 9: Alunos trabalhando no FreeGeo.....	33
Imagem 10: Momento de conversa e anotação dos pensamentos na lousa.....	34
Imagem 11: Paralelogramo.....	37
Imagem 12: Respostas da aluna Caroline na Ficha SI – questão 1	38
Imagem 13: Respostas da aluna Caroline na Ficha atividade 1	39
Imagem 14: Respostas da aluna Caroline na Ficha atividade 2 – questão 1	39
Imagem 15: Respostas da aluna Caroline na Ficha atividade 3	40
Imagem 16: Respostas da aluna Caroline na Ficha SF – questão 1	41
Imagem 17: Respostas da aluna Caroline na Ficha SF – questões 3, 4, 5 e 6.....	41
Imagem 18: Respostas do aluno Victor na Ficha SI – questão 1	42
Imagem 19: Respostas do aluno Victor na Ficha atividade 1.....	42
Imagem 20: Respostas do aluno Victor na Ficha atividade 2.....	43
Imagem 21: Respostas do aluno Victor na Ficha atividade 3.....	44
Imagem 22: Respostas do aluno Victor na Ficha SF – questão 1	44
Imagem 23: Respostas do aluno Victor na Ficha SF – questão 3, 4, 5, e 6.....	45

Lista de tabelas

Tabela 1: Critérios de classificação para App e softwares	22
---	----

Lista de quadros

Quadro 1: Implementações.....	27
Quadro 2: Planejamento das atividades.....	29
Quadro 3: Síntese de respostas dos alunos	33
Quadro 4: Questão 2 da Sondagem Inicial e da Sondagem Final	34
Quadro 5: Respostas da ficha sobre trapézio.....	37

Lista de gráficos

Gráfico 1: Sondagem Inicial – questão 2 – erros e acertos	35
---	----

INTRODUÇÃO

Esta monografia é fruto de atividades vivenciadas no subprojeto “Aprendizagem matemática em dispositivos com *touchscreen*”, integrante do projeto “Construindo e analisando práticas educativas em educação matemática com dispositivos *touchscreen*”¹, que foi realizado no âmbito do Programa de Iniciação Científica Voluntária (PICV/PROPPG/UFRRJ) no período de agosto de 2015 à agosto de 2017.

A investigação foi desenvolvida no Departamento de Teoria e Planejamento de Ensino (IE/DTPE) da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, sob a coordenação do Prof. Dr. Marcelo Almeida Bairral, no âmbito do Gepeticem (Grupo de Estudos e Pesquisas das Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática). Teve como propósito uma reflexão sobre o uso de aplicativos no ensino de geometria.

As dificuldades enfrentadas por muitos alunos quando se trata de geometria é motivo de frequentes pesquisas no meio docente, em busca de diversos métodos que possam auxiliar na melhoria do aprendizado. Tendo em vista as diferentes formas de entendimento dos discentes é importante a busca por métodos alternativos, que proporcionem uma aprendizagem mais eficiente.

Em sintonia com Vygotsky (1991) acreditamos que as características individuais e até mesmo suas atitudes estão impregnadas de trocas com o coletivo. Particularmente, a visão sócio-interacionista sobre desenvolvimento e aprendizagem nos faz refletir sobre o aprendizado matemático e a buscar formas de estimular a aprendizagem. (SANTOS e BAIRRAL, 2015, p.17).

Com a significativa presença das tecnologias móveis em nossas vidas, que se faz cada vez mais intensa, os aplicativos se tornaram populares e ajudam milhares de pessoas a organizar o seu dia a dia e a se conectarem com o mundo. Conforme relatado por Couto (2016), no Brasil 78% dos jovens entre 16 e 24 anos possuem *smartphones*, um percentual que supera o uso de todos os outros dispositivos tecnológicos. É evidente a importância da tecnologia em nossas vidas e também é relevante que façam parte do processo de ensino-aprendizagem. A escola, como um ambiente de formação e socialização que precisa acompanhar as demandas do contexto social e histórico o qual está inserido, não pode se manter neutra às influências da conectividade proporcionada pela internet.

¹ Pesquisa aprovada pelo Comitê de Ética na Pesquisa da UFRRJ sob o parecer 23083.003202/2015-21.

Quando se trata do ensino de geometria é possível que tanto os recursos convencionais quanto as tecnologias de informação e comunicação (TIC) componham o cenário da escola atual. Visto que aparatos tecnológicos como os *iPhones*, *smartphones*, *tablets*, entre outros são itens constantes no dia a dia da escola, uma vez que adentram a mesma por meio dos próprios alunos.

O intuito desse trabalho é ressaltar que, com a utilização de recursos tecnológicos em sala de aula ocorre uma ampliação das possibilidades de ensinar e aprender e é possível despertar o interesse dos alunos nas aulas de matemática, pois eles podem deduzir propriedades e descobrir conceitos matemáticos por meio da exploração de atividades em *softwares* gratuitos. Um exemplo disso é que, ao deduzir uma propriedade significa estabelecer uma cadeia lógica de raciocínios conectando propriedades do enunciado às propriedades ditas decorrentes.

Como objetivos específicos do trabalho temos o intuito de analisar como os alunos do Ensino Médio trabalhando no software *FreeGeo* com *touchscreen* aprimoram/desenvolvem: o conhecimento conceitual e classificatório de quadriláteros; o entendimento de propriedades dos quadriláteros; a forma de justificar os conceitos e propriedades emergentes nas atividades propostas. E também vamos analisar as interações, os toques em telas e os processos de raciocínio dos sujeitos.

Portanto, este monográfico propõe uma reflexão sobre o uso de aplicativos no ensino de matemática, para tanto vamos discorrer sobre a importância dos dispositivos móveis em sala de aula, apresentar uma proposta de atividades juntamente com a sugestão de um aplicativo e analisar resultados de uma implementação com alunos do Ensino Médio de uma escola pública sobre quadriláteros. Sendo assim apresentaremos aqui o *software* de geometria dinâmica *FreeGeo* como facilitador no estudo de características dos quadriláteros.

No primeiro capítulo abordaremos as tecnologias no ensino de matemática, mais especificamente, no estudo de geometria. Discorreremos brevemente sobre algumas características de tecnologias móveis.

No segundo capítulo dissertaremos sobre os programas para trabalhar com geometria dinâmica em dispositivos móveis. Atentaremos também para a classificação destes como aplicativos ou *softwares* e apresentaremos o App *FreeGeo*, dispositivo adotado em nossa intervenção e cuja experiência será relatada no capítulo seguinte.

O terceiro capítulo apresenta a aplicação de atividades vivenciadas ao longo do tempo de estudos no Gepeticem e a análise de tarefas realizadas com alunos do Ensino Médio da rede pública de ensino sobre o estudo de quadriláteros.

Concluindo, o estudo sublinha que as tarefas e o aplicativo permitiram que os alunos manipulassem, expusessem e registrassem suas ideias. As variadas justificativas que emergiram podem passar a compor um novo vocabulário dos sujeitos quando a aula de geometria tem dispositivos móveis de geometria dinâmica. Portanto, dinâmicas como a ilustrada nesse monográfico podem estimular e aprimorar explorações, conjecturas e investigações geométricas no currículo.

CAPÍTULO I: TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo abordaremos sobre as tecnologias no ensino de matemática, mais especificamente, no estudo de geometria. Discorreremos brevemente sobre algumas características de tecnologias móveis.

1.1. Aparatos tecnológicos

Popularmente a palavra tecnologia nos remete à recursos informáticos, como por exemplo processadores potentes e outros aparelhos utópicos. E ao se falar em tecnologias móveis podemos pensar em vários exemplos como televisão, ventilador, retroprojetor, compasso, entre outros, até mesmo uma caixa de papelão pode ser pensada como uma tecnologia para algum uso.



Imagem 1: Exemplos de tecnologias móveis
Fonte: Google

Entretanto, Castro Filho et al. (2016) afirmam que podemos entender tecnologia como sendo um conjunto de conhecimentos ou instrumentos que sejam aplicados na execução de uma tarefa ou para resolver um problema, como por exemplo, nossa linguagem (oral ou escrita), o lápis, o papel e o computador. Ainda sobre a evolução e a divulgação das tecnologias os autores completam que

Dentre as tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) que mais se popularizaram nos últimos anos, estão aquelas consideradas tecnologias móveis, como os notebooks, *tablets* e, especificamente, os *smartphones*. (MAIA; CARVALHO; CASTRO FILHO, 2016, p. 184)



Imagem 2: Exemplos de tecnologias móveis digitais
Fonte: Google

A matemática é uma área importante quando se trata da história da humanidade e a tecnologia está fortemente relacionada e influencia o conhecimento humano. No decorrer da história a matemática apareceu como um conhecimento abstrato, sendo assim, independente da tecnologia. Porém o conhecimento matemático e sua representação estão relacionados. Segundo Castro Filho e coautores (2016) um conceito matemático pode influenciar e ser influenciado pelo desenvolvimento de ferramentas tecnológicas.

Alguns exemplos antigos para a relação tecnologia e matemática são: o uso de instrumentos de medidas, como o exemplo do uso de varas para cálculo da altura de uma pirâmide; uso de ferramentas para o desenho de curvas geométricas; uso de instrumentos de contagem, como o Ábaco que é o mais antigo instrumento de cálculo.

Castro Filho e colaboradores (2016) também relatam que a aceitação de computadores para provas matemáticas está ligada a um significado filosófico importante, pois a matemática se aproxima das ciências experimentais, quando se assume que os computadores são suficientemente precisos para dar respostas exatas. E citam a afirmação de Wallich:

Em verdade, computadores têm se tornado a única forma de progredir em certas áreas da Matemática como na teoria do Caos e em Fractais. Mais do que propor teoremas e formular provas, os matemáticos nessas disciplinas estruturam hipóteses e realizam experimentos (WALLICH, 1989, p. 24. In: CASTRO FILHO, J. A. de; MAIA, D. L.; CASTRO, J. B. de; BARRETO, A. L. de O.; FREIRE, R. S. 2016, p.17).

Os autores ainda pontuam que em vários momentos do século XX, constatou-se a presença da tecnologia em contextos de ensino e de aprendizagem. É relatada a invenção de uma máquina para correção de testes de múltiplas escolhas por Sidney Pressey. Outros exemplos antigos para a relação tecnologia, matemática e aprendizagem ilustrados pelos autores são: o uso de instrumentos de medidas, como o exemplo do uso de varas para cálculo da altura de uma pirâmide; uso de ferramentas para o desenho de curvas geométricas; uso de instrumentos de contagem, como o Ábaco que é o mais antigo instrumento de cálculo.

1.2. Tecnologias móveis com toques em tela: *smartphones*

Aspectos como mobilidade, uso intensivo e conectividade imersiva, peculiares dessas TDIC, podem resignificar experiências de aprendizagem colaborativa ao reorganizar tempos e espaços para troca entre sujeitos. Essa é uma das características do que a literatura tem chamado *m-learning* (mobile

Podemos listar alguns aspectos das tecnologias móveis com toques em tela a seguir.

- A possibilidade de cada aluno ter o próprio recurso e fazer suas próprias investigações. Quando se fala em *smartphone* trata-se de um recurso que geralmente cada um tem o seu próprio.
- Mobilidade e ubiquidade (onipresença) rompendo entre o físico e o não físico. Pode estar em todos os lugares e nos permite estar em vários os lugares.
- Dispensa conexão a internet e contribui para que outras formas de laboratório de ensino seja pensado na escola atual. Podem ser utilizados compartilhamento de aplicativos entre os dispositivos, como o *MyAppSharer*, que será detalhado adiante.
- Convergência é uma outra característica desse tipo de dispositivo, os aplicativos se integram. Um espaço físico menor para uma maior quantidade de informações. Envolve um conjunto de atividades/ações em um mesmo espaço/ recurso convergindo para um mesmo fim. Um recurso para várias atividades.

Um exemplo de convergência é nossa câmera do *smartphone* e o aplicativo de rede social Facebook, ao acessar a rede social temos a opção de compartilhar as últimas fotos de nossa câmera. Ou, também, após a captura da foto temos a possibilidade de editá-la, compartilhá-la e até dizer localização onde foi tirada.

Outro exemplo é o código QR, que é um código que nos remete a um conjunto de informações. Esse exemplo do QR também está ligado ao aspecto da ubiquidade. Ele nos permite deslocar entre o físico e o não físico. O aplicativo lê um código físico que nos disponibiliza informações antes ocultas, o que pode nos permitir visitar, ainda que virtualmente, a dimensão física do objeto codificado.

Na matemática, especificamente, na geometria, as tecnologias móveis com toques em tela nos permitem:

- Outras maneiras de construção incluindo o manuseio em tela.

- As multitarefas, ou seja, cada aluno elabora um processo de construção. Fazer mais de uma coisa ao mesmo tempo ou separados em grupos onde cada grupo faz uma pequena parte do todo.

Por exemplo, o docente pode propor² uma aula focando os aspectos geométricos do Tangram a ser realizada em rodízio, onde cada grupo faz uma atividade que compõe a aula geral, realizando um compartilhamento final entre o grupo que se dedicou ao Tangram por dobraduras, o grupo do aplicativo Tangram HD, o grupo que trabalhou com Tangram emborrachado, entre outros, onde o rodízio pode ser movido por interesse dos próprios alunos. O propósito parte do professor, mas as demandas partem dos interesses dos próprios estudantes. Assim temos diferentes possibilidades de exploração para um mesmo grupo.



Imagem 3: Ícone do Tangram HD
Fonte: Printscreen de tela



Imagem 4: Capturas de tela do Tangram HD
Fonte: Printscreen de tela

Todas essas características não se excluem, elas se relacionam fortemente. A convergência com o físico e o não físico, o compartilhamento, a mobilidade. Todas elas

² Vivenciamos essa experiência no V Seminário do Gepeticem, ocorrido no Instituto de Educação da UFRRJ em 20/10/2017.

podem estar presentes em uma única tarefa e trazer contribuições e desafios para os processos de ensino e de aprendizagem nos dias atuais.

1.3. Ensino de matemática e as tecnologias

Em Vygotsky (2007), o aprimoramento promovido pela convivência social e pelo processo de socialização depende da aprendizagem na medida em que este se dá por processos de internalização de conceitos, que são promovidos pela aprendizagem social, principalmente, aquela planejada no meio escolar. Portanto, é importante o indivíduo participar de ambientes e práticas específicas que propiciem essa aprendizagem. (SANTOS; BAIRRAL, 2015, p.17).

Nos últimos anos temos visto um crescimento tecnológico significativo, em especial quando se tratam das tecnologias de informação e comunicação (TIC) e de dispositivos móveis com tela sensível ao toque. A facilidade para buscar e compartilhar informações contribui para a criação de uma rede comunicativa que pode enriquecer o trabalho pedagógico. Para tanto, é importante que os educadores estejam preparados para utilizar as TIC em suas aulas e explorar os potenciais que elas podem nos fornecer, o que segundo Scheffer et al. (2011) leva os professores ao desafio de repensar sua prática docente. A adequação da tecnologia aos objetivos pretendidos e ao desenho das atividades são elementos didáticos imprescindíveis.

Ao se falar do ensino de geometria podemos observar um uso ainda escasso das tecnologias digitais móveis no cenário da escola pública atual. É importante que professores e direção escolar estejam de acordo com um planejamento que favoreça o aprendizado matemático, para que seja possível se construir um ambiente propício a investigação e ao desenvolvimento dos alunos no processo de aprendizagem da matemática por meio de diferentes abordagens conceituais.

Em um contexto construtivista de aprendizagem, aprendizes podem trabalhar juntos e se apoiarem mutuamente, à medida que utilizam uma variedade de ferramentas e recursos mediadores na busca para alcançar os objetivos das tarefas propostas (BAIRRAL, 2012, p.78).

Assim com a utilização de ferramentas tecnológicas em sala de aula ocorre uma ampliação das possibilidades de ensinar e aprender, pois além de despertar o interesse dos alunos nas aulas de matemática é possível que eles deduzam propriedades e descubram conceitos matemáticos por meio da exploração de atividades em *softwares* gratuitos, por exemplo, onde a deduzir uma propriedade significa estabelecer uma cadeia lógica de raciocínios conectando propriedades do enunciado às propriedades ditas decorrentes. O que muitas vezes pode ser difícil de desenvolver com o uso do lápis

e o papel. “Assim, a função de um educador seria a de favorecer esta aprendizagem, servindo de mediador entre o estudante, o seu meio e os artefatos semióticos mediadores” (SANTOS; BAIRRAL, 2015, p.18).

CAPÍTULO II: AMBIENTES DE GEOMETRIA DINÂMICA

Neste capítulo discorreremos brevemente sobre os programas para trabalhar com geometria dinâmica em dispositivos móveis. Abordaremos também uma classificação destes como aplicativos ou *softwares* e apresentaremos o App *FreeGeo*, dispositivo adotado em nossa inovação e cuja experiência será relatada no capítulo seguinte.

2.1. Aplicativos de geometria dinâmica

O auxílio que os computadores proporcionam à capacidade de visualização, segundo Castro Filho et al. (2016) é um dos principais motivos pelos quais a tecnologia influenciou a geometria. Ainda segundo os autores os estudantes podem testar hipóteses nos estudos geométricos não somente confiando em construções imprecisas, quando utilizam um software de desenho geométrico, podendo visualizar em tempo real as mudanças que ocorrem, prática tal que dá origem ao termo Geometria Dinâmica.

Os programas construídos nos princípios da geometria dinâmica são ferramentas de construção, assim os desenhos de objetos e configurações geométricas são feitos a partir das propriedades euclidianas que os definem. Por exemplo, se os alunos constroem o desenho de um retângulo dentro de princípios geométricos, eles podem através de movimentos obterem uma família de representantes, de retangulares, ou seja, uma classe de retângulos e não apenas um exemplo, como é o caso do desenho em papel e lápis.

Para Gravina (1996) programas de geometria dinâmica são ferramentas poderosas na superação dos obstáculos inerentes ao aprendizado, pois estimulam a percepção de representações diferentes de um mesmo objeto. De acordo com a autora, para grande parte dos alunos nem sempre fica claro que o desenho é apenas uma instância física de representação do objeto, que guarda características particulares que não pertencem ao conjunto das condições geométricas que o definem.

Ainda, segundo Gravina (1996), quando os alunos tratam problemas nos programas com recursos de desenho com movimento, as explorações e estratégias que vão se delineando ao longo do trabalho são similares as que acontecem no ambiente de pesquisa de um matemático profissional. O que concorda com os pensamentos de Castro Filho e colaboradores quando afirmam que, “[...]softwares de geometria dinâmica permitem aos estudantes explorarem conjecturas ou verificarem o que muda e

o que permanece constante quando transformações acontecem.” (CASTRO FILHO et al.,2016, p.19) Na busca das soluções para os problemas (ou atividades) a partir de experimentos dinâmicos os alunos criam estratégias e vão investigando, descobrindo, ajustando e (re)descobrindo conceitos e propriedades por meio de argumentação, chegando a dedução de propriedades matemáticas, entendendo assim a natureza do raciocínio matemático, o que para Gravina (1996), são os processos de dedução e rigor que se estabelecem.

Em consonância com Gravina (1996) ratifica-se que a postura investigativa, que os alunos assumem, contribui para a formação de uma concepção sobre matemática diferente daquela comumente construída ao longo da vida escolar. “A utilização dos tablets, por exemplo, pode fornecer condições para que o aluno seja agente da construção do seu próprio conhecimento e não seja um receptor passivo de conteúdos transferidos.” (BAIRRAL; ASSIS; SILVA, 2015, p. 41), essa mesma ideia dos autores se aplica ao uso dos *smartphones* em sala de aula. Acreditamos na potencialidade que dispositivos móveis podem trazer ao estudo de matemática, mais especificamente para as investigações e conjecturas geométricas.

Os aplicativos podem ser classificados e nomeados como aplicativos (jogos) ou *softwares* de acordo com suas características funcionais. Como relatado em Bairral, Assis, Silva (2015) alguns dispositivos deixam aberto ao usuário o que criar, podendo ele construir, reconstruir, adicionar, retirar, mover, etc. em suas investigações apresentando assim características de realizar atividades mais elaboradas e de natureza livre. Estes também apresentam interfaces simples e funcionais geralmente com tela inicial em branco, são os chamados *softwares*.

Outros se mostram numa linha de atividades com regras pré-definidas, trazem uma interface mais despojada e colorida, são os chamados aplicativos, muito parecidos com os jogos. “Destacamos que a temática predominante nos softwares é a geometria. Já nos aplicativos classificados como jogos o tema que mais aparece é álgebra.” (BAIRRAL; ASSIS; SILVA, 2015, p. 62).

Embora os autores reconheçam que os dispositivos desta natureza sejam todos *softwares*, sendo assim, programas informáticos, eles optam por realizar este relevante esclarecimento classificando-os em aplicativos (App) ou *softwares* propriamente. Para tal diferenciação levam em conta três naturezas: técnicas informáticas, propósito de tarefas e possibilidade de interação.

Natureza	Software	Apps
Técnica (de processo)	-Robustez -Processamento mais rápido -Arquivos podem ser salvos	-Soft -Processamento de dados é mais rápido -Manuseios não podem ser salvos
Design	Geralmente é mais simples em sua aparência e apresenta uma tela inicial em branco com barras de tarefas, ícones	É mais atrativo, aspecto colorido
Tarefa	Possibilita a construção de objetos não pré-determinados	Situação mais fechada, algumas em caráter tutorial ou de jogo
Interação	Pode ter um caráter e manuseio mais coletivo ou investigativo	Tende a ser mais individualizada e com possibilidade de descoberta orientada pelo próprio aplicativo

Tabela 1: Critérios de classificação para App e *softwares*
 Fonte: Bairral, Assis e Silva (2015, p. 71)

No mapeamento feito por Bairral, Assis e Silva (2015) não existia o *FreeGeo*. Ele é um aplicativo, porém com funcionalidades de um *software* de um ambiente de geometria dinâmica. Naquele mapeamento fazia sentido aquela distinção *software versus* aplicativo para entendermos a performance de cada um e planejarmos atividades adequadas à cada interface. Na classificação dos autores o *FreeGeo*, o *GeoGebra* poderiam ser caracterizados como *software* de geometria dinâmica. Todavia, os mesmos podem ser considerados como aplicativos, tanto que o *GeoGebra* já possui uma versão chamada *GeoGebra App*.

A linha divisória entre *software* e aplicativo é tênue, mas para nós é importante principalmente as questões relativas as construções de objetos geométricos, não apenas as manipulações. O *FreeGeo* é um aplicativo com a robustez de um *software*, no sentido em que o usuário realiza um conjunto de construções não necessariamente pré-determinadas como, por exemplo, é visto em determinados aplicativos de jogos no qual o usuário não pode fugir muito do previsto. Um aplicativo com a função jogo apresenta uma performance mais previsível em termos de *feedback*. Alguns desses exemplos podem ser o *MyScript Calculator* e *Tangram HD*.

Vejamos a seguir algumas particularidades do *FreeGeo*, aplicativo usado em nossa investigação.

2.2. O FreeGeo

O *FreeGeo* é um aplicativo com “cara” de *software* de matemática, dinâmico e gratuito, que apresenta uma multiplataforma direcionada para o sistema *Android*. Permitindo que os usuários trabalhem conceitos de geometria, álgebra, estatística e análise. Possui a característica de permitir múltiplos toques, ou seja, é possível criar construções geométricas e movê-las ou girá-las com um ou mais dedos. A ferramenta *freehand mode* (mão livre) é um diferencial que temos notado em alguns dos aplicativos desta natureza, consiste em identificar determinados *inputs* (entradas) inseridos na tela e responder com um objeto geométrico específico para aquela entrada, ou seja, se desenharmos um círculo com a ponta de nosso dedo na tela o dispositivo nos fornece uma circunferência. Com a facilidade de acesso e ferramentas que possibilitam diversas criações o *software* permite a professores e alunos a possibilidade de explorar, conjecturar e investigar os conteúdos trabalhados, sendo uma poderosa ferramenta de estudo da matemática.

2.2.1. Como obter e iniciar o software

Para realizar o *download* desse aplicativo basta procurá-lo no *Play Store* ou *Google Play*³ do *smartphone*.

Após concluir o *download* e instalar o *FreeGeo*, clique no ícone que aparecerá em seu aparelho. O *software* apresentará o seguinte ícone:

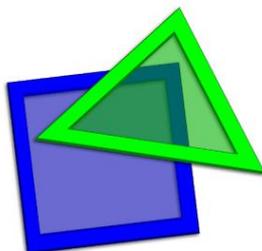


Imagem 5: Ícone do FreeGeo
Fonte: Printscreen de tela

³ Disponível em https://play.google.com/store/apps/details?id=org.freegeof&hl=pt_BR

2.2.2. Reconhecendo e apresentando algumas ferramentas do FreeGeo

Clicando no ícone *FreeGeo* duas vezes aparecerá interface do usuário que é a seguinte tela:

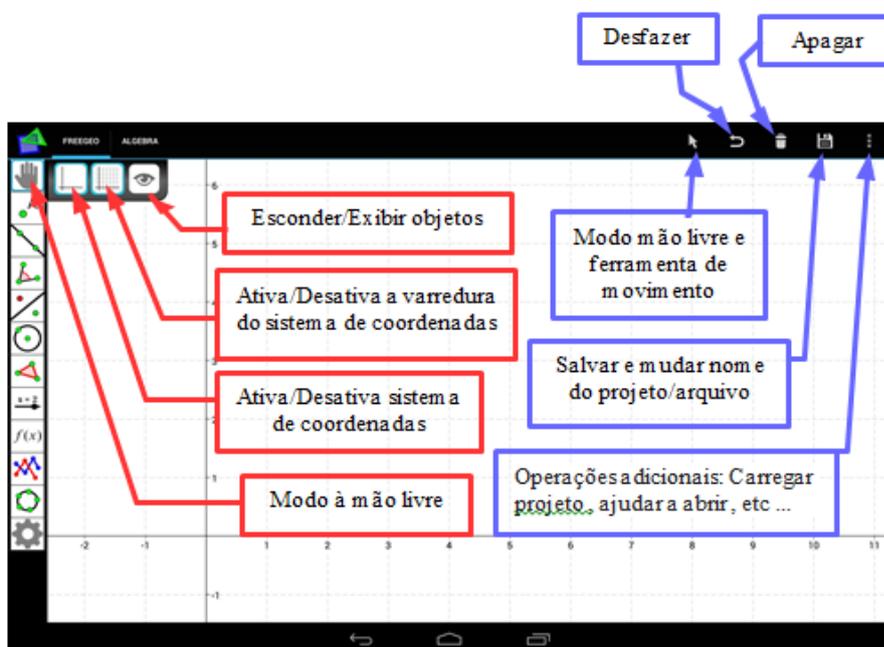


Imagem 6: Tela inicial do FreeGeo

Fonte: Elaboração da autora

A seguir apresentamos algumas ferramentas, dentre elas temos as que foram mais utilizadas nas resoluções das atividades elaboradas.



Novo ponto - cria um ponto clicando na parte gráfica/geométrica ou sobre um objeto.



Ponto de interseção - cria os pontos de interseção entre dois objetos selecionados.



Ponto médio ou centro - cria o ponto médio de dois pontos ou um segmento selecionados.



Segmento - cria um segmento a partir de dois pontos selecionados.



Paralela – cria uma paralela passando por um ponto selecionado.



Perpendicular – cria uma perpendicular passando por um ponto selecionado.



Ângulo – cria o ângulo entre três pontos ou duas retas selecionadas.



Círculo – cria um círculo dados seu centro e um ponto do arco.



Círculo definido por três pontos - cria um círculo dados três pontos dele.



Polígono – cria um polígono selecionando-se seus vértices.



Polígono regular – cria um polígono selecionando-se primeiro dois pontos e depois digita o número de vértices.

Text

Texto – clique na tela para selecionar a posição e em seguida digite o texto.

Fonte: Manual FreeGeo - <http://www.freegeo.de/>

2.2.3. Compartilhando o FreeGeo com o MyAppSharer

Não é necessário o acesso à internet para que os alunos instalem o *FreeGeo*. Para isso podemos utilizar um aplicativo de compartilhamento chamado *MyAppSharer*.

O *MyAppSharer*⁴ é uma ferramenta para enviar qualquer um dos aplicativos instalados em um dispositivo *Android*, inclusive ele mesmo. Funciona da seguinte maneira: após ter o *software* instalado em um dispositivo abra-o, marque o aplicativo que deseja compartilhar e selecione a opção de compartilhamento via *bluetooth*, após concluída a transferência instale o aplicativo compartilhado no dispositivo de destino e estará pronto para ser utilizado.



Imagem 7: Ícone do MyAppSharer
Fonte: Printscreen de tela

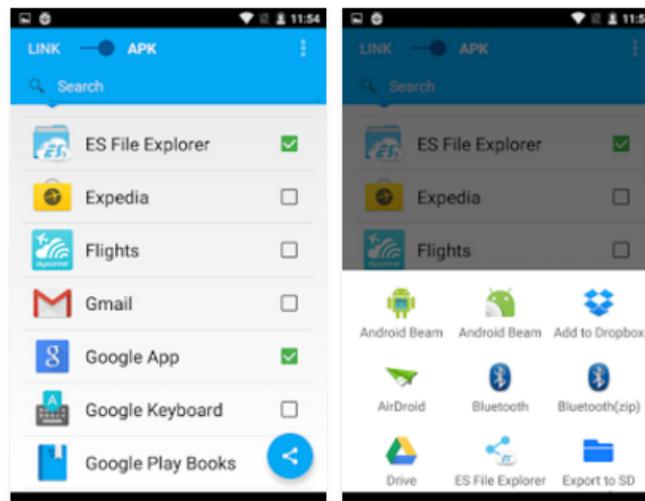


Imagem 8: Captura de tela do MyAppSharer
Fonte: Printscreen de tela

⁴ Para ter acesso ao *MyAppSharer* realizando o *download* desse aplicativo, basta procurá-lo no *Play Store* ou *Google Play* do *smartphone*. Disponível em:

<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.yschi.MyAppSharer&hl=pt-br>

CAPÍTULO III: IMPLEMENTAÇÃO E ANÁLISE DE ATIVIDADES

Neste capítulo discorreremos sobre aplicação de atividades vivenciadas ao longo do tempo de estudos no Gepeticem e apresentaremos a análise de tarefas e elaboradas e realizadas com alunos do Ensino Médio da rede pública de ensino para o trabalho com quadriláteros (identificação, conceituação e análise de propriedades).

3.1. Experiências

No decorrer dos estudos iniciados (em agosto de 2015) no PICV até o momento, houve diferentes iniciativas da autora implementando atividades de exploração, conceituação e investigação em geometria plana com o *FreeGeo*. Foram elaboradas, aplicadas e revisadas algumas atividades referentes ao estudo de quadriláteros em diferentes momentos, ora utilizando lápis e papel, ora utilizando materiais manipulativos e ora utilizando aplicativos de geometria dinâmica. As tarefas eram voltadas para a verificação, análise e exploração de como os participantes conceituavam quadriláteros, segmento, ângulo e que diferenças estabeleciam de conceito e definição (HERSHKOWTIZ, 1994).

A seguir montamos uma tabela para expor as implementações.

Local	Evento	Mês	Público	Quantitativo (estimado) de participantes
UFRRJ Seropédica	IV Seminário Gepeticem	Novembro/2015	Professores do nível básico de ensino	6
FFP/UERJ São Gonçalo	V JORMAT	Novembro/2015	Graduandos em matemática	14
UERJ Maracanã	II Seminário em Educação Matemática	Junho/2016	Professores do nível básico de ensino	16
Escola Seropédica	Sequência de atividades	Outubro e Novembro/2016	Discentes do Ensino Médio	21
UFRRJ Seropédica	Disciplina Ensino II	Janeiro/2017	Graduandos em matemática	8
UFRRJ Seropédica	Dia da matemática	Mai/2017	Graduandos em matemática	10
UFRRJ Seropédica	Disciplina Ensino II	Junho/2017	Graduandos em matemática	6

Quadro 1: Implementações
Fonte: Elaboração da autora

Nesta monografia será analisada a experiência na escola da rede pública de Seropédica, pois foi uma implementação de atividades sequenciais que na ocasião estava vinculada à aquisição de horas para cumprimento de uma disciplina⁵ da grade curricular obrigatória da graduação da autora, sendo assim por meio do contato com a professora regente de uma turma de Ensino Médio conseguimos alguns encontros para realizar a dinâmica.

3.2. Atividades Realizadas na Escola

Elaboramos e implementamos uma sequência de atividades para explorar identificação, conceitos e propriedades de quadriláteros com alunos do segundo ano do Ensino Médio de um Centro Integrado de Educação Pública (CIEP) localizado no município de Seropédica (RJ) nas redondezas da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Foram utilizados os aparelhos *smartphones* dos próprios alunos durante as atividades, sendo assim não houve necessidade da escola possuir laboratório de informática para que pudesse ser realizada a aplicação. Também não foi preciso que os alunos estivessem conectados à internet para ter acesso ao *software FreeGeo*, pois foi feita a transferência do mesmo via *bluetooth* por meio do aplicativo de compartilhamento, o *MyAppSharer*.

Escolhemos uma turma do segundo ano regular no horário noturno em uma escola estadual, pois por intermédio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência (PIBID) já havia um contato anterior da autora com esta escola e com a professora regente da turma. Na turma constavam 25 alunos, porém nem todos estavam todos os dias nas aulas. Durante os encontros houve uma variação na quantidade de alunos presentes como pode ser visto mais a seguir. A faixa etária da turma era de 16 aos 27 anos maioria entre 16 e 20 anos. Foram gentilmente cedidos, pela professora regente da turma, 5 encontros de 3 tempos de aula, aproximadamente 1 hora e 30 minutos (1h 30min), visto que perdia-se boa parte do primeiro tempo pois praticamente todos chegavam atrasados devido o deslocamento direto de seus trabalhos ou cursos.

Para o entendimento do contexto das aplicações é também relevante destacar que, mesmo sendo uma turma de ensino regular a dinâmica do horário noturno funcionava diferenciada do horário diurno. Os alunos não somente estudavam, eles conciliavam trabalho ou cursos profissionalizantes com a escola. Foi perceptível em

⁵ Ensino de Matemática II (2016.2).

alguns alunos a vontade de entender mesmo as atividades, de aproveitar a dinâmica diferente da utilizada nos encontros para o entendimento do conteúdo abordado, já outros não manifestaram tanto interesse, talvez a falta do interesse em alguns possa ter ocorrido por não estarem acostumados a aulas exploratórias, segundo relato da professora regente, como foi a proposta nos encontros.

Sugerimos que a turma se dividisse em duplas para facilitar o compartilhamento de ideias (BAIRRAL, 2012) durante a realização das atividades de construção, que foram todas realizadas nos aparelhos smartphones dos próprios estudantes. O planejamento das atividades seguiu como esquematizado no quadro abaixo:

Encontro	Atividade	Tema	Objetivo(s)	Número de alunos
1	Sondagem inicial e Atividade 1	Quadrado e retângulo	-Registrar conhecimento inicial dos alunos. -Identificar conceitos, propriedades ou definições referentes à quadrado e retângulo. -Construir quadrado no App.	21
2	Atividade 2	Losango	-Identificar as imagens de quadrado, retângulo e losango dos alunos. -Registrar conceitos, propriedades ou definições referentes à losango. -Construir losango no App.	19
3	Atividade 3	Paralelogramo	-Construir paralelogramo no App. -Identificar conceitos, propriedades ou definições referentes à paralelogramo.	8
4	Atividade 4	Trapézio	-Construir trapézio no App. -Identificar conceitos, propriedades ou definições referentes à trapézio.	6
5	Sondagem final	Sondagem	-Registrar aprendizado dos alunos contraste com a sondagem inicial.	17

Quadro 2: Planejamento das atividades
Fonte: Elaboração da autora

Cada ficha de atividade consta nos apêndices de I a VI. A seguir apresentamos uma síntese de cada encontro e também algumas respostas apresentadas pelos

estudantes, que foram todas registradas nas fichas de atividades distribuídas durante os encontros.

Encontro 1: Realizando sondagem

No primeiro encontro aplicamos a sondagem inicial (SI) sendo o primeiro contato deles com o assunto nesta dinâmica e depois foi iniciada a sequência de atividades. Um dos alunos iniciou uma pesquisa na internet para auxiliar na sondagem, quando percebido foi novamente esclarecido à turma sobre os encontros não terem um caráter de certo ou errado e sim visar a evolução deles e que o importante era que aproveitassem a dinâmica para sanar todas as dúvidas.

Essa sondagem foi constituída de um conjunto de possíveis respostas frequentes (nos livros didáticos, etc.) quando trabalhamos com quadriláteros. As próprias fichas de atividades, suas alternativas, etc. já forneciam aos alunos pistas sobre propriedades, conceitos geométricos.

A atividade 1 também proporcionou um momento de ambientação com o *FreeGeo*, onde os alunos puderam investigar livremente as ferramentas do *software*, antes de iniciarem a atividade de investigação de quadrados e retângulos por meio de uma construção livre no *software*. Eles apresentaram dificuldade quanto ao significado dos termos paralelas, ângulo reto, ângulo agudo e ângulo obtuso. As dúvidas quanto aos termos foram esclarecidas e a professora regente, que estava presente, lembrou a turma da aula onde trataram sobre esses ângulos e posição de retas. Essas dificuldades foram observadas mediante conversa com os próprios alunos em aula.

Encontro 2: Identificando formas

No segundo encontro propusemos uma atividade de identificação de imagens, impressas na ficha de atividades, de quadrados, retângulos e losangos e uma construção livre de losango no *software* para fazerem suas investigações e observações.

Uma observação a ser destacada nesses dois primeiros encontros foi a construção de quadriláteros sem o uso de alguma(s) propriedade(s) que garantisse(m) a preservação de sua forma. Por exemplo, ao construir um quadrado, se o sujeito só levar em consideração a congruência dos lados a figura se deformará no manuseio. Esse tipo de comportamento é recorrente e consideramos importante que aconteça de modo a

despertar no aluno a descoberta e o refinamento de suas ideias e construções geométricas (GRAVINA, 1996).

A seguir expomos alguns exemplos de respostas desse encontro.

Questão: Construa no *FreeGeo* um losango e faça três observações: sobre seus lados, seus ângulos e suas diagonais.

Agora alguns exemplos das observações apresentadas pelos alunos para a questão citada anteriormente.

“Todos os seus lados são iguais”

“Ângulos diferentes”

“Diagonais iguais”

“Seus lados são formados por dois pares de paralelas”

“Suas diagonais têm seus ângulos iguais”

As respostas anteriores são aquelas comumente observadas nos livros didáticos quando caracterizamos este tipo de quadrilátero. A resposta a seguir chama atenção pela ação de “mexer”. Nela é visível o aspecto dinâmico de movimento do aplicativo e a descoberta do estudante inserindo esta observação.

“Mexendo nos⁶ lados do losango ele vira outras figuras como triângulo e quadrado”

As respostas abaixo são interessantes no sentido que não costumam aparecer nas observações iniciais dos alunos.

“Ângulos das laterais do losango são diferentes dos de cima e baixo e ambos tem a mesma medida laterais e cima e baixo mesmo ângulo das diagonais”

“Um par de ângulos obtuso e um par de ângulos agudo”

Encontro 3: Construindo paralelogramo

No terceiro encontro a proposta já teve um caráter de construção mais direcionado, ou seja, com instruções do passo a passo para construir um paralelogramo no *software*, assim durante as investigações e manipulações não perdemos as características das figuras. E a partir dessa mesma construção, cada aluno ou dupla com seu aparelho *smartphone*, realizaram as investigações e observações quanto aos lados, ângulos e características.

Vejamos agora alguns exemplos de observações dos alunos quanto aos lados e aos ângulos do paralelogramo.

⁶ Sublinhado nosso.

- Sobre os lados:

“Sempre quando mexe na figura fica 2 lados iguais e 2 lados paralelos”

“Observei que as medidas se movimentam conforme mexe e também os valores são iguais nos lados opostos”

“Por mais que os lados se movimentem o valor fica o mesmo e o valor de ambos paralelos são iguais”

“Por mais que mova, os opostos sempre têm os mesmos valores”

- Sobre os ângulos:

“Quando mexe nos ângulos não ficam iguais”

“Que os ângulos opostos sempre têm o mesmo valor”

“Mesmo mudando a figura os lados opostos continuam sendo do mesmo tamanho e com os mesmos valores”

Encontro 4: Construindo trapézio

No quarto encontro a proposta também teve um caráter de realização passo a passo, dessa vez trabalhando a construção do trapézio para investigação e observação quanto aos seus lados, ângulos e características. Para que assim durante as investigações e manipulações pudéssemos não perder as características das figuras e os alunos as investigassem a vontade.

Temos abaixo alguns exemplos de observações dos estudantes quanto aos lados, aos ângulos e características dos trapézios.

- Lados

“As medidas aumentam e diminuem rapidamente conforme eu movimento os vértices”

“Ao mover as medidas dos lados mudam”

- Ângulos

“Os ângulos aumentam e diminuem conforme eu puxo os pontos pra dentro e pra fora”

“Os lados opostos que sempre ficam iguais já os ângulos não”

- Características

“As paralelas sempre permanecem em lados totalmente diferentes”

“Por mais que eu mexa as paralelas do trapézio nunca deixam de existir”

“As paralelas sempre permanecem seja qual for a forma que vamos mexer elas sempre são paralelas”

- Trapézio retângulo

“Os ângulos da frente tem o mesmo grau”

“Eu observo que os ângulos são totalmente diferentes”

A tabela a seguir sintetiza respostas pautadas em propriedades aparentemente orientadas pelas indicadas nas atividades e exemplos associados ao manuseio do dispositivo, particularmente, pela sua possibilidade de movimento.

Encontro	Exemplo de resposta pautada em propriedades explicitadas nas fichas de atividades	Exemplo de resposta orientada pelo manuseio do software
2	<i>“Todos os seus lados são iguais”</i>	<i>“<u>Mexendo nos</u> lados do losango ele vira outras figuras como triângulo e quadrado”</i>
3	<i>“Que os ângulos opostos sempre têm o mesmo valor”</i>	<i>“Observei que as medidas <u>se movimentam</u> conforme <u>mexe</u> e também os valores são iguais nos lados opostos”</i>
4	<i>“As paralelas sempre permanecem em lados totalmente diferentes”</i>	<i>“<u>Por mais que eu mexa</u> as paralelas do trapézio nunca deixam de existir”</i>

Quadro 3: Síntese de respostas dos alunos
Fonte: Elaboração da autora

Encontro 5: Finalizando com sondagem

No encontro 5 foi aplicada a sondagem final (SF), neste encontro nenhuma explicação foi realizada os alunos responderam totalmente sozinhos essa ficha de atividades.

Após expormos esta síntese dos encontros ressaltamos aqui que, do encontro 2 em diante foi sempre realizada uma recapitulação do encontro anterior antes de iniciar a ficha de atividades do dia. O termo paralela esteve presente nas conversas durante todos os encontros, os alunos sempre pediam confirmação da ideia de ser paralelo durante as atividades em todos os encontros.

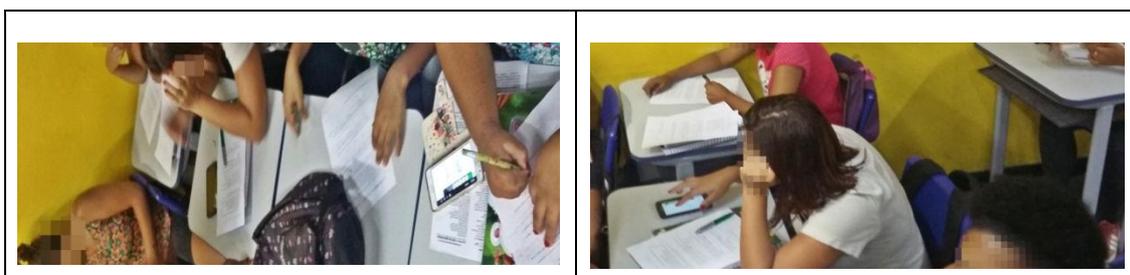


Imagem 9: Alunos trabalhando no FreeGeo
Fonte: Acervo da autora

No decorrer dos encontros, conversamos com os alunos sobre quais quadriláteros iam se encaixando em mais de uma classe (quadrados, retângulos, losangos, paralelogramos e trapézios), à medida que iam surgindo as características de cada um durante as atividades. Como por exemplo, ao manipularem o trapézio para obterem o trapézio isósceles no encontro 4, a maioria dos alunos alcançaram figuras que poderiam se encaixar na classe dos retângulos também (a menos da precisão dos ângulos). O que alguns alunos chegaram a dizer que, com um pouco mais de coordenação motora para mover os vértices eles conseguiriam arrumar os ângulos e obter um retângulo sem precisar destruir a construção do trapézio. Essa situação também foi debatida no encontro 1 com os quadrados e os retângulos, no encontro 2 com os losangos e os quadrados e no encontro 3 com os quadrados, retângulos, losangos e os paralelogramos. Assim os estudantes foram percebendo e concluíram em conversa que as classes de figuras têm conjuntos em comum.

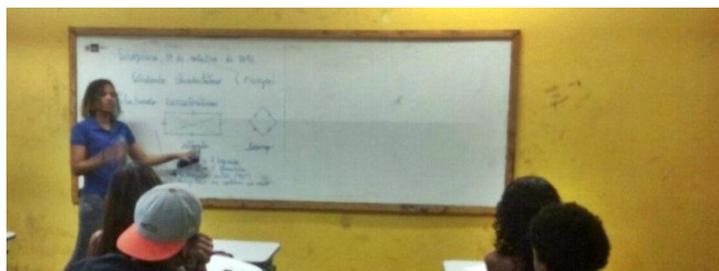


Imagem 10: Momento de conversa e anotação dos pensamentos na lousa
Fonte: Acervo da autora

3.2.1. Oito aulas se passaram: Contrastando a sondagem inicial com a final

A SI e a SF possuem uma questão de múltipla escolha (questão 2). Na SF é necessária ser acompanhada de justificativa. Veja a seguir:

Apenas uma das frases a seguir é falsa. Qual?	Apenas uma das frases a seguir é falsa. Qual?
a) O quadrado é um paralelogramo. b) O retângulo é um paralelogramo. c) O trapézio é um paralelogramo. d) O losango é um paralelogramo. e) Todo quadrilátero tem quatro lados, quatro vértices e quatro ângulos.	a) O quadrado é um paralelogramo. b) O retângulo é um paralelogramo. c) O trapézio é um paralelogramo. d) O losango é um paralelogramo. e) Todo quadrilátero tem quatro lados, quatro vértices e quatro ângulos.
	A frase marcada anteriormente é falsa porque.....

Quadro 4: Questão 2 da Sondagem Inicial e da Sondagem Final
Fonte: Elaboração da autora

No quadro 4 tivemos a questão 2 presente nas duas sondagens. Como visto no quadro de planejamento 21 alunos responderam a SI, onde o índice de erros surpreendeu de forma positiva, apenas 3 alunos dos 21 erraram a alternativa falsa, para uma sondagem inicial acreditava-se previamente que mais alunos poderiam errar, porém é explicável pois foram realizadas explicações durante o preenchimento da ficha.

A seguir expomos um gráfico de erros e acertos na SI apenas, pois na SF todos os 17 alunos que responderam acertaram a alternativa falsa, porém nem todas as justificativas tiveram coerência. Os três alunos que erraram a alternativa na SI não estavam presentes na aplicação da SF para que houvesse uma comparação de suas respostas nas duas sondagens.

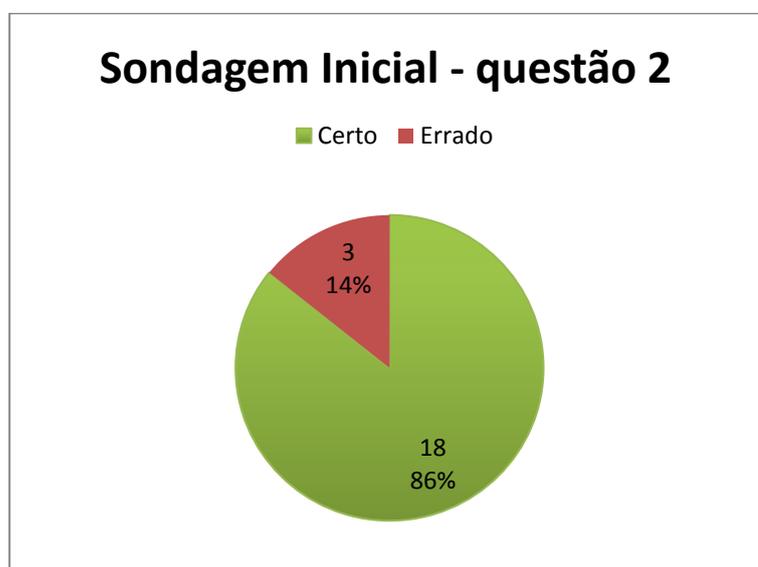


Gráfico 1: Sondagem Inicial – questão 2 – erros e acertos
Fonte: Elaboração da autora

Na SF algumas justificativas se repetiram por alunos diferentes então a seguir é apresentada a transcrição de algumas justificativas enumeradas conforme apareceram nas fichas da sondagem final:

1. *“Por que ele não tem lados iguais”*
2. *“Porque um par não é paralelo”*
3. *“Por que só tem dois pares paralelos”*
4. *“Por que uma hora eles irão se encostar”*
5. *“Por que ele tem um par de lados que podem se encostar”*
6. *“Porque o trapézio retângulo são retas que se encostam”*
7. *“Por que o trapézio contém apenas 2 lados paralelo, um agudo e um obtuso”*
8. *“Por que ele não tem somente lados paralelos e não tem medidas iguais”*
9. *“Porque ele não tem 2 ângulos agudos e 2 obtusos”*
10. *“Pois para ser um paralelogramo as retas opostas não podem se tocar”*

Podemos perceber claramente nas justificativas 2, 4, 5 e 10 que eles entenderam a questão e escolheram conscientes a alternativa falsa. As justificativas 1 e 3 parecem mostrar um entendimento confuso pois fazem referência a uma regularidade, porém o paralelogramo não precisa de lados iguais e o trapézio não tem dois pares paralelos e sim dois lados formando um par paralelo.

Na justificativa 6 mostra o entendimento do conceito de paralelogramo, porém exemplifica um caso específico de trapézio o que não é necessário visto pela definição de trapézio que foi apresentada a turma (Um quadrilátero com um par de lados paralelos, construção realizada no encontro 4). As justificativas 7 e 8 também mostram conhecimento do conceito de paralelogramo, mas ressalta sobre os ângulos e as medidas (de lados?) o que não é necessário no paralelogramo. E a 9 faz uma justificativa sobre os ângulos, coisa que não define um paralelogramo.

Todos construímos nossas formas de observar e de interpretar o que nos rodeia. Na escola não é diferente! Assim, o caminho que um discente percorre para realizar sua interpretação também deve ser valorizado. Portanto, a importância do professor não é apenas avaliar um resultado (tido como finalizado), mas também acompanhar o processo de desenvolvimento conceitual. Isso significa assumir o processo de aprendizagem sob uma ótica prospectiva (VYGOTSKY, 1991), ou seja, focar no que o estudante está aprendendo, em sua ressignificação conceitual. (SANTOS; BAIRRAL, 2015, p.20).

A turma inicialmente apresentou dificuldades sobre paralelas, mas observando as justificativas (2, 3, 7, 8) acima podemos perceber que os alunos mostraram esclarecer suas dúvidas. No caso da justificativa 10, embora não tenha explicitado o termo paralela, a referência aos lados opostos que não se tocam mostram o entendimento do termo, assim como também nas respostas 4 e 5.

Analisando as fichas da aluna que apresentou a justificativa 9 acima, a qual aborda aos ângulos do trapézio como referência para o mesmo não ser um paralelogramo, constatamos que a estudante compareceu apenas à SI e à SF. Ela perdeu as construções do paralelogramo e trapézio juntamente com as investigações e verificações de suas características. Quando a discente escreve “*Porque ele não tem 2 ângulos agudos e 2 obtusos*” podemos pensar que a mesma tem a figura prototípica (a mais conhecida, a mais representativa) de paralelogramo em mente, a qual apresenta dois ângulos agudos e dois obtusos. Porém durante a realização das atividades dos encontro 3 e 4 os alunos presentes conseguiram perceber que a característica que se mantém no paralelogramo são os lados opostos paralelos, sendo isso o suficiente para garantir que tal quadrilátero exista, e que o trapézio continha apenas um par de lados

paralelos. Temos aqui mais uma verificação da positividade dos encontros para os participantes das atividades.

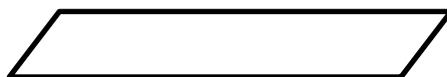
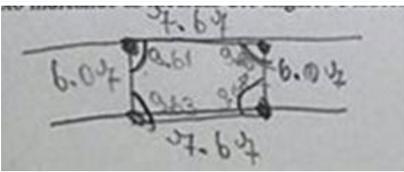
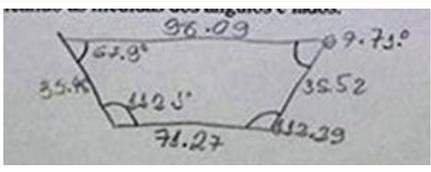


Imagem 11: Paralelogramo
Fonte: Elaboração da autora

Observamos também durante a análise das fichas, aparentes entendimentos dos alunos apesar dos registros não mostrarem elementos conceituais de suas compreensões. O que é comum quando os estudantes não têm prática de explicar ao professor suas descobertas e pensamentos de forma escrita (SANTOS; BAIRRAL, 2015).

3.2.2. Uma análise transversal dos encontros: Caroline e Victor

Durante os encontros apenas dois alunos estiveram presentes na aplicação de todas as fichas de atividades. A seguir são organizadas as respostas desses dois estudantes na ficha 4 sobre trapézio.

Questão	Respostas	
	Caroline	Victor
2	<i>2 paralelos que não se encostam.</i>	<i>Um par de paralelos.</i>
3	<i>Porque sempre que eles se movimentam os números mudam de acordo que se mover os lados.</i>	<i>Ao mover a medida dos lados mudam.</i>
4	<i>Os lados opostos que sempre ficam iguais já os lados dos ângulos não ficam de lados iguais.</i>	<i>Ao mover os ângulos aumentam e diminuem.</i>
5	<i>As paralelas sempre permanecem em lados totalmente diferentes.</i>	<i>Que os ângulos e os lados não são da mesma medida.</i>
6		
7	<i>Eu observo que os ângulos são totalmente diferentes.</i>	<i>Que são todos diferentes.</i>

Quadro 5: Respostas da ficha sobre trapézio
Fonte: Elaboração da autora

Na questão 5 são destacadas por ambos como características que os trapézios: não precisam de ângulos e lados de mesma medida, e que as paralelas permanecem sendo sempre paralelas. Outro aluno (Patrick) também apresentou uma característica bem clara: “*Por mais que eu mexa as paralelas do trapézio nunca deixam de existir*”.

Na questão 6 algo interessante para observar é a diferença entre os desenhos obtidos nas respostas, durante a aplicação os alunos perceberam que poderiam ajustar o trapézio como um retângulo, como a aluna Caroline tentou mostrar, eles brincaram dizendo não ter coordenação motora para ajustar os ângulos, com os movimentos de seus dedos, até que todos tivessem medida de 90°, porém mesmo assim levantaram essa observação fazendo ai uma inclusão do retângulo nos trapézios durante a conversa em sala. É também interessante esse registro de medidas usando numeração decimal, coisa que em um desenho feito à mão provavelmente não seria observado.

Na questão 7 os dois alunos disseram ter todos os ângulos diferentes, acredita-se que não atentaram para o fato da questão estar se referindo às medidas de ângulo do trapézio retângulo, o qual possui dois ângulos iguais a 90°. Eles podem ter feito referencia ao trapézio obtido anteriormente.

A seguir vamos fazer um acompanhamento dos alunos Caroline e Victor em todos os encontros.

3.2.3. Trajetória de Caroline

No encontro 1 a aluna apresentou suas respostas de forma bem satisfatória. Na ficha de SI a mesma respondeu com exemplos coerentes na questão 1 (menos na “g”) e escolheu a alternativa correta na questão 2.

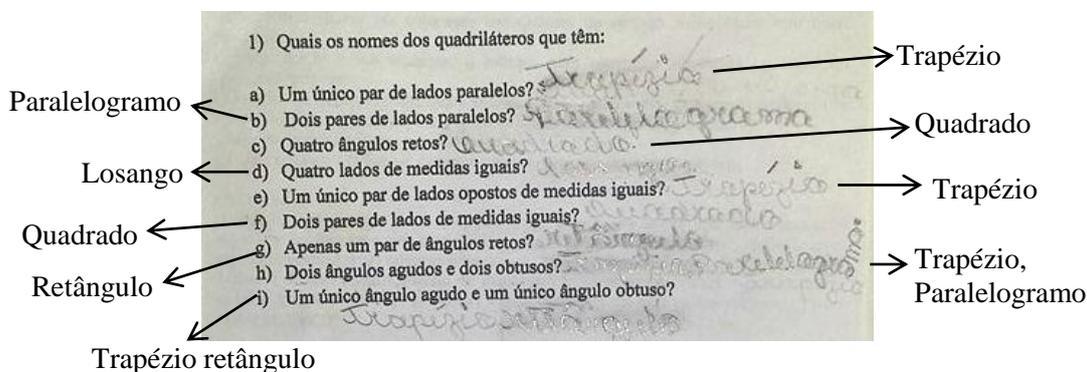
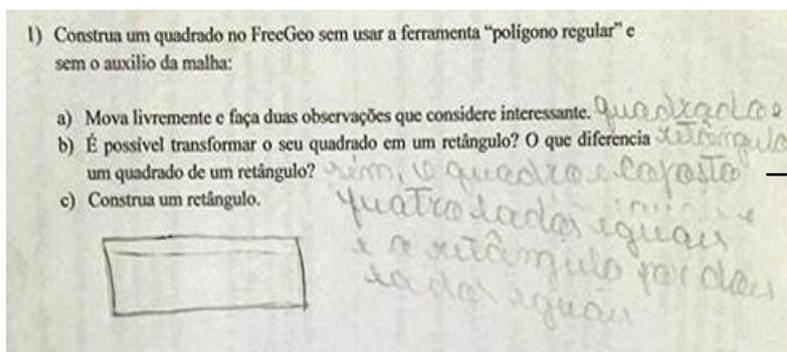


Imagem 12: Respostas da aluna Caroline na Ficha SI – questão 1
Fonte: Elaboração da autora

Na ficha de atividades 1, a estudante registrou suas conclusões de forma um pouco confusa, quando fala da diferença entre quadrados e retângulos. Ela escreve que o retângulo é composto por dois lados iguais ao invés de dois pares de lados iguais, que seria mais correto. Como podemos ver abaixo.



Sim, o quadrado é composto por quatro lados iguais e o retângulo por dois lados iguais.

Imagem 13: Respostas da aluna Caroline na Ficha atividade 1
Fonte: Elaboração da autora

No encontro 2 Caroline na primeira questão identificou satisfatoriamente retângulos, porém marcou uma forma retangular como identificação de quadrado e um paralelogramo como losango. Nas observações sobre sua construção do losango ela identificou os quatro lados iguais da figura.

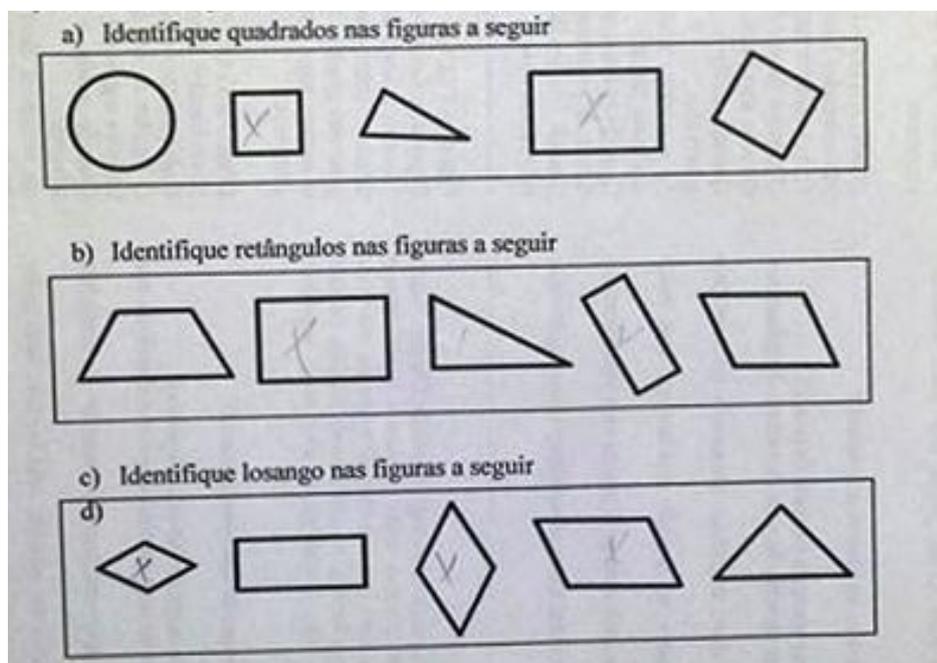


Imagem 14: Respostas da aluna Caroline na Ficha atividade 2 – questão 1
Fonte: Elaboração da autora

No encontro 3 a discente ao registrar suas observações quanto à medida dos lados do paralelogramo escreve “*observo que ao tocar nas linhas eles se movem e muda o valor dos vértices. Mas continuam com dois lados*” aparentando não ter concluído a frase. Pois as figuras estudadas em nossos encontro foram quadriláteros (4 lados), entendemos que ela estava se referindo à dois pares de lados paralelos. Caroline identificou a ligação entre o nome e a figura. Vejamos abaixo.

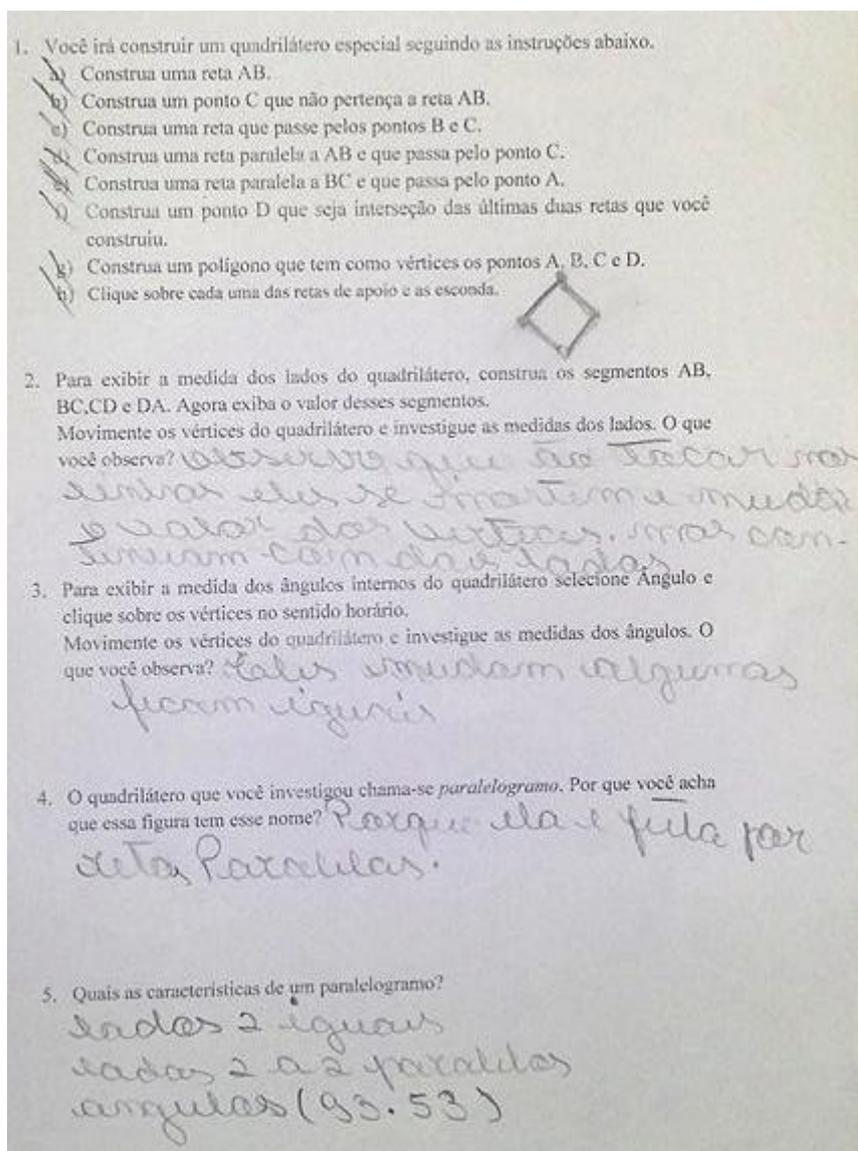


Imagem 15: Respostas da aluna Caroline na Ficha atividade 3
Fonte: Elaboração da autora

Do encontro 4 vimos na sessão anterior as respostas apresentadas pela aluna Caroline sobre os trapézios.

No encontro 5 na questão 1 que era igual a questão 1 da SI Caroline fez algumas alterações em suas respostas nesta SF. Ela manteve as respostas “d” e “g”. Acrescentou

quadriláteros às respostas “b”, “c” e “f” havendo aí um refinamento. E Mudou as respostas “a”, “e”, “h” e “i” onde essas mudanças apontaram erros, suas novas escolhas não satisfizeram as condições.

l) Diga qual(ais) quadriláteros (quadrado, retângulo, trapézio, losango, paralelogramo) possuem:

- a) Um único par de lados paralelos. → Retângulo
- b) Dois pares de lados paralelos. → Paralelogramo, losango
- c) Quatro ângulos retos. → Quadrado e retângulo
- d) Quatro lados de medidas iguais. → Losango e quadrado
- e) Um único par de lados opostos de medidas iguais. → Retângulo
- f) Dois pares de lados de medidas iguais. → Losango e quadrado
- g) Apenas um par de ângulos retos. → Retângulo
- h) Dois ângulos agudos e dois obtusos. → Trapézio retângulo e trapézio isósceles
- i) Um único ângulo agudo e um único ângulo obtuso. → Paralelogramo e losango

Imagem 16: Respostas da aluna Caroline na Ficha SF – questão 1
 Fonte: Elaboração da autora

Na questão 2 da SF a aluna novamente escolheu a alternativa correta, porém sua justificativa não foi bem apresentada, ela escreve “Por que ele não tem lados iguais”, sendo que uma figura não precisa de lados iguais para ser um paralelogramo e sim de lados opostos paralelos. Analisando as outras respostas da estudante vemos que a mesma não apresentou entendimento das propriedades, pois suas respostas se mostram confusas e equivocadas, como podemos ver a seguir.

3) Retângulos e quadrados têm uma mesma propriedade. Qual?
 Quadrados → único par de lados paralelos
 Quadrados → quatro ângulos retos

4) Losangos e quadrados têm uma mesma propriedade. Qual?
 Losango não é diferente do quadrado
 um quadrado

5) Qual a diferença entre os trapézios e os paralelogramos?
 Paralelogramo → tem apenas um par de lados paralelos
 Paralelogramo → tem apenas um ângulo agudo e obtuso

6) Uma lista mínima de propriedades de uma figura contém as propriedades suficientes e necessárias para defini-la. Por exemplo, uma lista mínima para um quadrado vai garantir que a figura seja um quadrado e se qualquer propriedade for removida dessa lista a figura deixa de ser um quadrado.

Troque ideias com seus colegas de grupo e escreva a lista mínima de propriedades que definem cada tipo de quadrilátero.

Quadrado	Quatro ângulos retos e medidas iguais
Retângulo	Único par de lados paralelos
Losango	Quatro lados de medidas iguais
Paralelogramo	Dois pares de lados paralelos
Trapézio	Um ângulo agudo

Imagem 17: Respostas da aluna Caroline na Ficha SF – questões 3, 4, 5 e 6
 Fonte: Elaboração da autora

3.2.4. Trajetória de Victor

No encontro 1 o aluno apresentou suas respostas de forma bem satisfatória. Na ficha de SI ele respondeu com exemplos coerentes na questão 1 (menos na “e”) e escolheu a alternativa correta na questão 2.

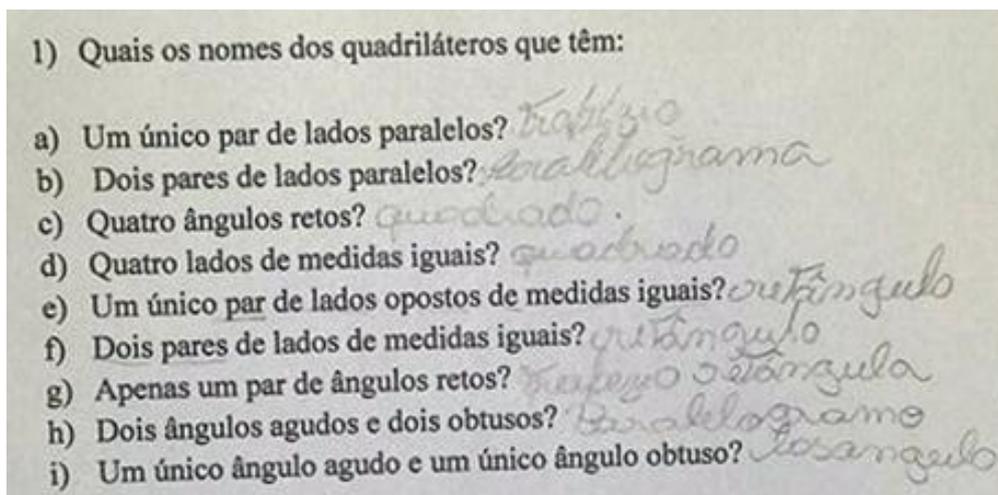


Imagem 18: Respostas do aluno Victor na Ficha SI – questão 1
Fonte: Elaboração da autora

Na ficha de atividades 1, o estudante registrou suas conclusões quanto possibilidade de transformar sua construção em qualquer quadrilátero e quanto à relação entre quadrado e retângulo. Podemos ver por sua observação que ele não utilizou das propriedades do quadrado para construí-lo, por isso conseguiu transformá-lo em qualquer outro quadrilátero.

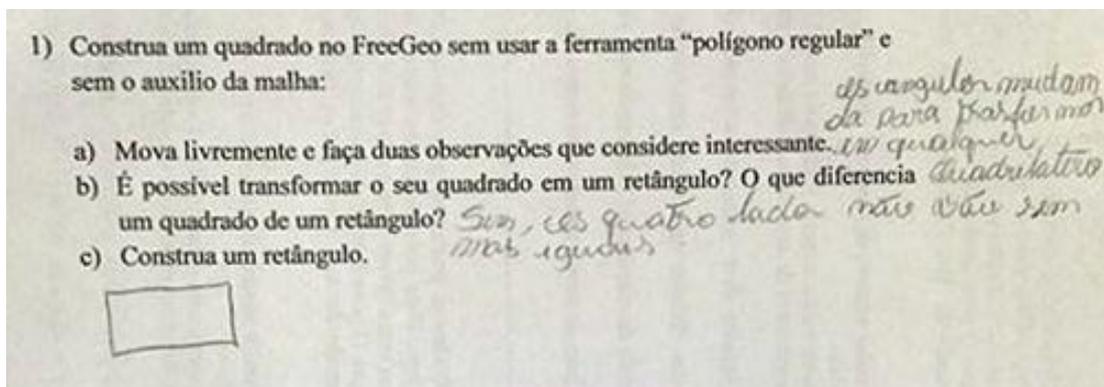


Imagem 19: Respostas do aluno Victor na Ficha atividade 1
Fonte: Elaboração da autora

No encontro 2 Victor realizou as identificações satisfatoriamente na primeira questão. E observou em sua construção de losango que “*seus lados são formados por dois pares de paralelas*” e “*um par de ângulo obtuso e um par de ângulo agudo*”.

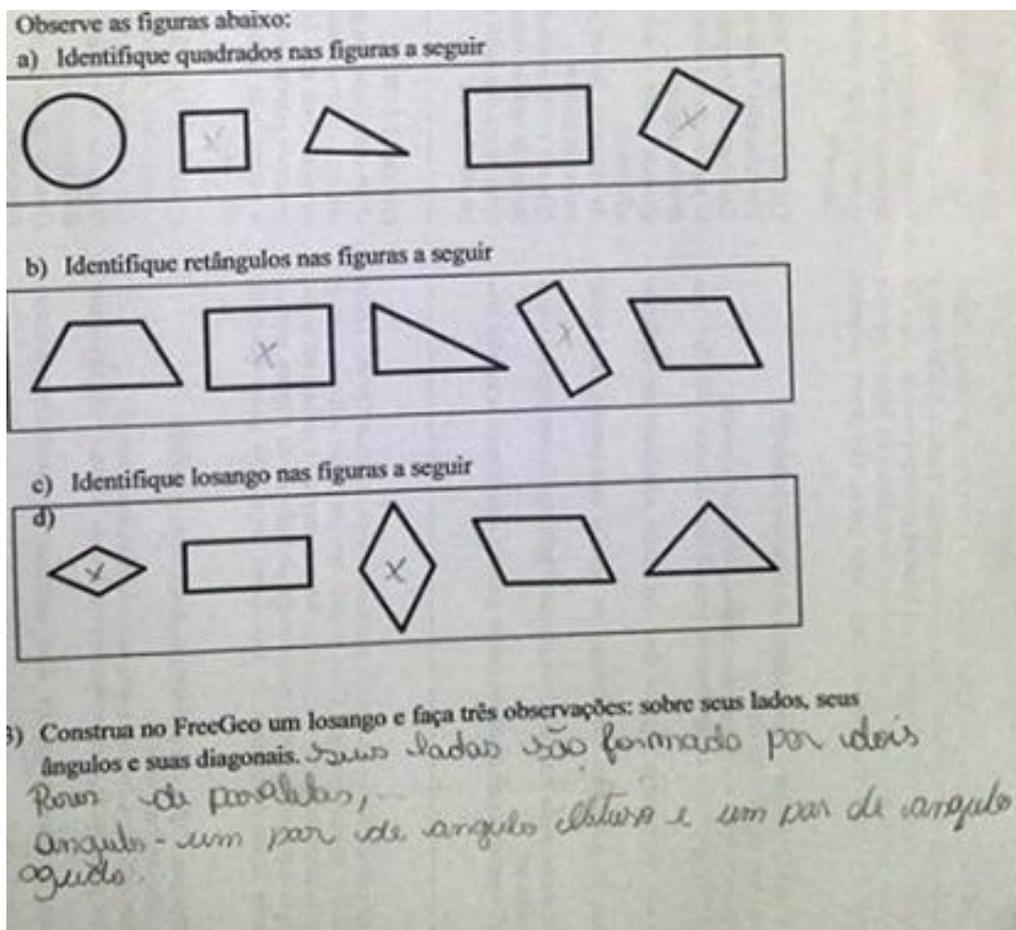


Imagem 20: Respostas do aluno Victor na Ficha atividade 2
 Fonte: Elaboração da autora

No encontro 3 o discente ao registrar suas observações sobre a construção do paralelogramo nos mostra elementos bastante interessantes quando escreve “*Por mais que mova, os opostos sempre tem mesmos valores*” ao falar da medida dos lados, ou “*Os ângulos opostos sempre tem o mesmo valor*” sobre os ângulos. Ele também identificou a ligação entre o nome e a figura.

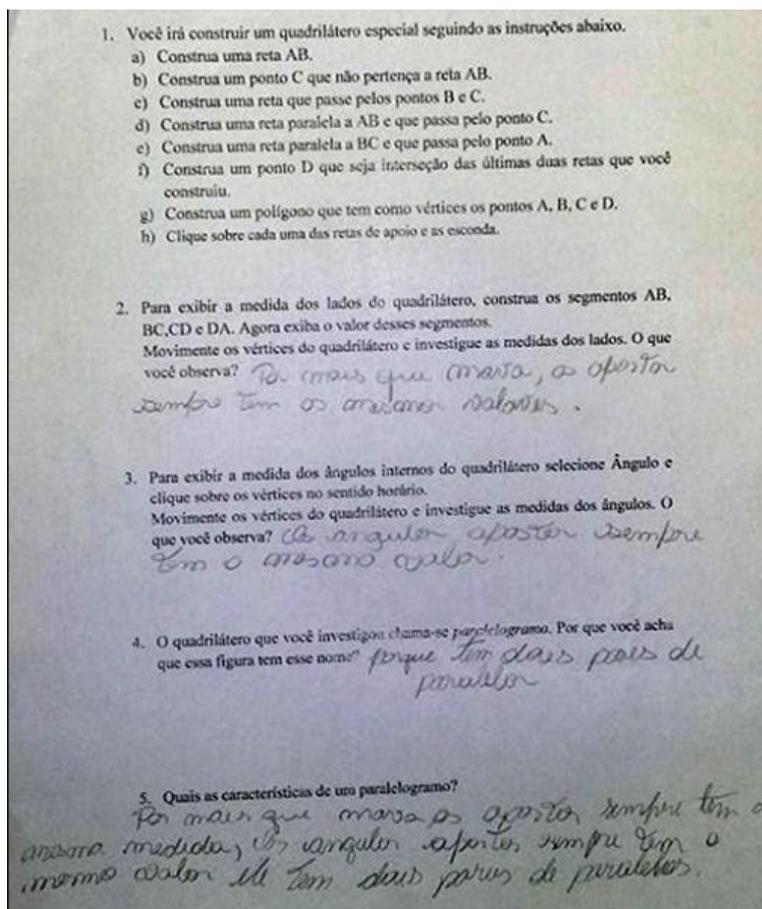


Imagem 21: Respostas do aluno Victor na Ficha atividade 3
Fonte: Elaboração da autora

Do encontro 4 vimos na sessão anterior as respostas apresentadas pelo aluno Victor sobre os trapézios.

No encontro 5 na questão 1 que era igual a questão 1 da SI Victor fez algumas alterações em suas respostas nesta SF. Ele manteve as respostas “a”, “d”, “f”, “g” e “h”, permanecendo coerente. E mudou as respostas “b”, “c”, “e” e “i” sendo também coerente.

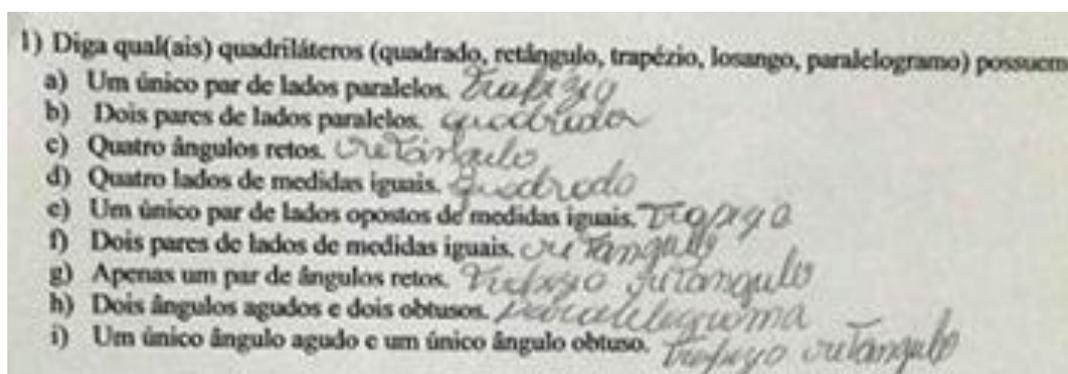


Imagem 22: Respostas do aluno Victor na Ficha SF – questão 1
Fonte: Elaboração da autora

Na questão 2 da SF o aluno novamente escolheu a alternativa correta e sua justificativa muito bem apresentada, ele escreve “Por que um dos pares não são paralelos”. Analisando as demais respostas do estudante vemos que ele já apresenta um entendimento melhor, porém Victor resalta características como sendo propriedades perdendo assim detalhes importantes das figuras. Vejamos a seguir.

3) Retângulos e quadrados têm uma mesma propriedade. Qual?
também tem os quatro ângulos de 90°

4) Losangos e quadrados têm uma mesma propriedade. Qual?
são um paralelogramo

5) Qual a diferença entre os trapézios e os paralelogramos?
o trapézio tem apenas um par de paralelos

6) Uma lista mínima de propriedades de uma figura contém as propriedades suficientes e necessárias para defini-la. Por exemplo, uma lista mínima para um quadrado vai garantir que a figura seja um quadrado e se qualquer propriedade for removida dessa lista a figura deixa de ser um quadrado.

Troque ideias com seus colegas de grupo e escreva a lista mínima de propriedades que definem cada tipo de quadrilátero.

Quadrado	<i>dois pares de lados paralelos e quatro ângulos iguais</i>
Retângulo	<i>dois pares de lados iguais e quatro ângulos iguais</i>
Losango	<i>um par agudo e um par obtuso e dois pares de paralelos</i>
Paralelogramo	<i>dois pares de lados paralelos</i>
Trapézio	<i>dois ângulos agudos e dois obtusos</i>

Imagem 23: Respostas do aluno Victor na Ficha SF – questão 3, 4, 5, e 6

Fonte: Elaboração da autora

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse monográfico propôs uma reflexão sobre o uso de dispositivos móveis em aulas de matemática. Consideramos que as aulas de geometria, especificamente, no estudo de quadriláteros, tendo como suporte atividades aplicadas - com o uso de App ou *softwares* - nos *smartphones* facilita a aprendizagem, pois dinâmicas deste tipo estimulam explorações, investigações e conjecturas dos alunos, como pudemos ver neste monográfico.

A partir das tarefas planejadas e das interações estabelecidas entre os sujeitos e entre estes e o dispositivo, os alunos foram manipulando suas construções e observando regularidades de acordo com cada figura. Conforme ilustrado no capítulo 3, por exemplo no quadro 3 e no 5, um achado importante foram as variadas justificativas que emergiram tendo o manuseio do *software* como mediador (VYGOTSKY, 2007). Por exemplo, expressões como mexer, mover, aumentar podem passar a compor um novo vocabulário dos sujeitos quando a aula de geometria tem dispositivos móveis de geometria dinâmica. Cabe estudar um pouco mais como potencializar esse vocabulário a partir da exploração promovida pelas atividades.

As atividades foram pensadas para estimular a percepção matemática dos estudantes e os fazer lembrar ou descobrir as propriedades dos quadriláteros. Acreditamos que nosso trabalho possa contribuir como inspiração aos leitores para que planejem atividades em ambientes de geometria dinâmica, proporcionando aos discentes novas experiências e novas formas de construção do conhecimento geométrico.

Apesar de não termos realizado atividades que pudessem registrar a descoberta das inclusões das classes dos quadriláteros, ainda assim consideramos valiosos os debates e questionamentos feitos durante as aulas, pois contribuíram para a construção do conhecimento dos alunos sobre diferentes aspectos dos polígonos. Fica, aqui, mais uma sugestão de desdobramento dessa investigação, isto é, analisar como os estudantes estabelecem relação de inclusão de quadriláteros quando interações, mobilidade e toques em tela entram em cena.

Destacamos aqui a positividade do uso do aplicativo para auxiliar os estudos dos quadriláteros, pois seu ambiente de livre construção e manipulação permitiu aos estudantes explorarem e investigarem diversas atividades chegando a essa conclusão das inclusões, por exemplo, o que já não seria tão dinâmico e levaria muito tempo se feito no papel. O *FreeGeo* contribuiu para a visualização dos discentes, pois suas construções

não são desenhos estáticos, o que facilita a obtenção de novas formas sem perder as características geométricas da construção.

Também vale a pena salientar que o uso de tecnologias digitais móveis com touchscreen faz mais sentido aos sujeitos envolvidos quando permite que sejam exploradas situações que não podem ser realizadas sem seu auxílio. Assim, ambientes que propiciem explorações e conjecturas podem trazer outros ganhos para a aprendizagem. A mobilidade e a conectividade proporcionada por tecnologias móveis possibilitam experiências pedagógicas que vão além da fronteira da sala de aula, os estudantes podem investigar suas hipóteses mesmo fora do espaço escolar, a qualquer momento com o auxílio de seus *smartphones*.

Deste modo, acreditamos que a combinação entre a tecnologia *touchscreen* e atividades adequadamente planejadas para este ambiente, pode proporcionar qualidade no aprendizado.

BIBLIOGRAFIA

AMÂNCIO, R. A. GAZIRE, E. S. **Caderno de atividades**. Polígonos e quadriláteros. Belo Horizonte/MG, 2013.

BAIRRAL, M. A. **Material de apoio para didática da matemática**. Versão ampliada. Imprensa Universitária da UFRRJ. Seropédica/RJ, 2008.

BAIRRAL, M.A. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**. Volume I / Marcelo Almeida Bairral. Rio de Janeiro. Ed. da UFRRJ, 2012.

BAIRRAL, M., ASSIS, A. R., & SILVA, B. C. da. **Mãos em ação em dispositivos touchscreen na educação matemática**. Seropédica: Edur. 2015.

BAIRRAL, M. A., ASSIS, A., & SILVA, B. C. C. da. **Uma matemática na ponta dos dedos com dispositivos touchscreen**. RBECT, 8(4), 39-74.
doi:10.3895/rbect.v8n4.1754. 2015.

CASTRO FILHO, J. A. de; MAIA, D. L.; CASTRO, J. B. de; BARRETO, A. L. de O.; FREIRE, R. S. **Das tabuletas aos tablets: tecnologias e aprendizagem matemática**. In: CASTRO FILHO, J. A. et. al. Matemática, cultura e tecnologia: perspectivas internacionais. Curitiba, PR: CRV, 2016.

COUTO, E., PORTO, C., SANTOS, E. **App-learning: experiências de pesquisa e formação**. Organização Lucia Santaella, prefácio. Salvador: EDUFBA, 2016.

GRAVINA, M.A. **Geometria Dinâmica uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria**. Artigo publicado nos Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p.1-13, Belo Horizonte, Brasil, nov. 1996.

HERSHKOWITZ, H. **Ensino e Aprendizagem da Geometria**. Boletim Gepem, n. 32 (temático), 1994.

MAIA, D. L.; CARVALHO, R. L.; CASTRO FILHO, J. A. **Tecnologias móveis numa formação colaborativa docente sobre estruturas multiplicativas**. In: MARTINS, E.; LAUTERT, S. Diálogos sobre o ensino, a aprendizagem e a formação de professores: contribuições da Psicologia da Educação Matemática. Rio de Janeiro, setembro, 2016.

MAZZIEIRO, A. S.; MACHADO, P. A. F. **Descobrimos e aplicamos a matemática**. 6º ano. Belo Horizonte: Dimensão, 2012.

MEIER, M.; GRAVINA, M.A. **Modelagem no GeoGebra e o desenvolvimento do pensamento geométrico no Ensino Fundamental**. 1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebra. ISSN 2237- 9657, pp.CCL-CCLXIV, 2012.

SANTOS, R. T.; BAIRRAL, M. A. **Aspectos emergentes na construção do conceito de polígono por alunos do 6º ano de uma escola pública**. VIDYA, 35(1), 15-40. 2015.

SCHEFFER, Nilce F. et al. **A informática na sala de aula**. In: Matemática & Tecnologias: Atividades de matemática para ensino fundamental e médio com a utilização de softwares gratuitos. (p. 19-20). Erechim: Fapes, 2011.

SCHEFFER, N. F. **Corpo-Tecnologias-Matemática: uma interação possível no Ensino Fundamental**. Erechim: EdiFAPES, 2002.

SILVA, E. R. C.; Bairral, M. A. **Aprendizagem matemática em dispositivos com touchscreen**. Relatório de pesquisa PICV/PROPPG/UFRRJ. Seropédica: UFRRJ, 2016.

SILVA, E. R. C.; SILVA, B. C. C. C. ; Bairral, M. A. . **'Existe Trapézio Irregular'? Elaboração de Atividades para Trabalhar Quadriláteros Mediante Toques em Tela**. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática (XII ENEM), 2016, São Paulo. A Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo: SBEM, 2016. p. 1-8.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 7ª edição. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. 3ª edição. Rio de Janeiro: Martins Fontes, 1991.

APÊNDICE

Apêndice I: Ficha de sondagem inicial

Nome: _____

Idade: _____

- 1) Quais os nomes dos quadriláteros que têm:
 - a) Um único par de lados paralelos?
 - b) Dois pares de lados paralelos?
 - c) Quatro ângulos retos?
 - d) Quatro lados de medidas iguais?
 - e) Um único par de lados opostos de medidas iguais?
 - f) Dois pares de lados de medidas iguais?
 - g) Apenas um par de ângulos retos?
 - h) Dois ângulos agudos e dois obtusos?
 - i) Um único ângulo agudo e um único ângulo obtuso?

- 2) Apenas uma das frases a seguir é falsa. Qual?
 - a) O quadrado é um paralelogramo.
 - b) O retângulo é um paralelogramo.
 - c) O trapézio é um paralelogramo.
 - d) O losango é um paralelogramo.
 - e) Todo quadrilátero tem quatro lados, quatro vértices e quatro ângulos.

Apêndice II: Ficha de atividade 1

Nome: _____ Idade: _____

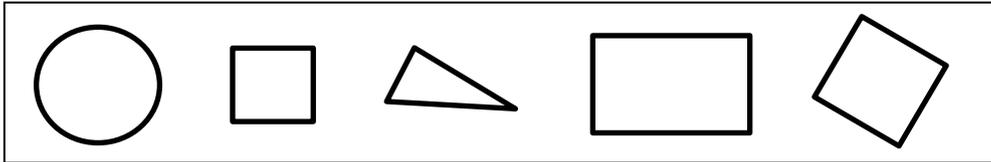
- 1) Construa um quadrado no FreeGeo sem usar a ferramenta “polígono regular” e sem o auxílio da malha:
 - a) Mova livremente e faça duas observações que considere interessante.
 - b) É possível transformar o seu quadrado em um retângulo? O que diferencia um quadrado de um retângulo?
 - c) Construa um retângulo.

Apêndice III: Ficha de atividade 2

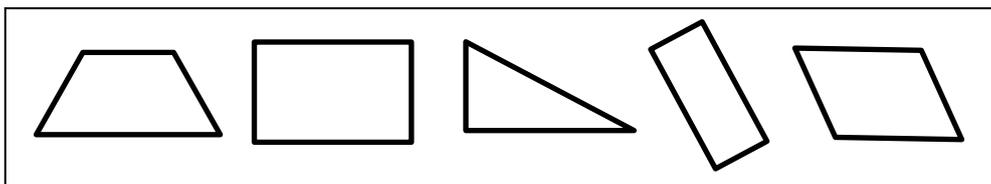
Nome: _____ Idade: _____

1) Observe as figuras abaixo:

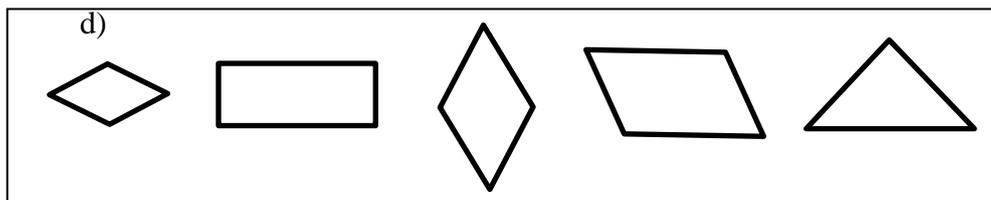
a) Identifique quadrados nas figuras a seguir



b) Identifique retângulos nas figuras a seguir



c) Identifique losango nas figuras a seguir



2) Construa no FreeGeo um losango e faça três observações: sobre seus lados, seus ângulos e suas diagonais.

Apêndice IV: Ficha de atividade 3

Nome: _____ Idade: _____

- 1) Você irá construir um quadrilátero especial seguindo as instruções abaixo.
 - a) Construa uma reta AB.
 - b) Construa um ponto C que não pertença a reta AB.
 - c) Construa uma reta que passe pelos pontos B e C.
 - d) Construa uma reta paralela a AB e que passa pelo ponto C.
 - e) Construa uma reta paralela a BC e que passa pelo ponto A.
 - f) Construa um ponto D que seja interseção das últimas duas retas que você construiu.
 - g) Construa um polígono que tem como vértices os pontos A, B, C e D.
 - h) Clique sobre cada uma das retas de apoio e as esconda.

- 2) Para exibir a medida dos lados do quadrilátero, construa os segmentos AB, BC, CD e DA. Agora exiba o valor desses segmentos. Movimente os vértices do quadrilátero e investigue as medidas dos lados. O que você observa?

- 3) Para exibir a medida dos ângulos internos do quadrilátero selecione Ângulo e clique sobre os vértices no sentido horário. Movimente os vértices do quadrilátero e investigue as medidas dos ângulos. O que você observa?

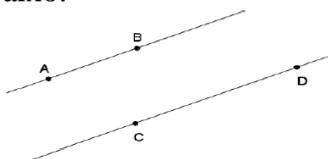
- 4) O quadrilátero que você investigou chama-se paralelogramo. Por que você acha que essa figura tem esse nome?

- 5) Quais as características de um paralelogramo?

Apêndice V: Ficha de atividade 4

Nome: _____ Idade: _____

- 1) Você irá construir um quadrilátero especial seguindo as instruções abaixo.
- Construa uma reta AB.
 - Construa um ponto C que não pertença à reta AB.
 - Construa uma reta paralela à reta AB e que passa pelo ponto C.
 - Construa um ponto D sobre a reta que passa pelo ponto C, conforme mostra a figura abaixo:



- Construa um polígono que tem como vértices os pontos A, B, D e C.
- 2) Quantos pares de lados paralelos possui esse quadrilátero?
- 3) Para exibir a medida dos lados do quadrilátero, construa os segmentos AB, BD, DC e CA. Agora exiba o valor desses segmentos. Movimente os vértices do quadrilátero e investigue as medidas dos lados. O que você observa?
- 4) Para exibir a medida dos ângulos internos do quadrilátero selecione Ângulo e clique sobre os vértices no sentido horário. Movimente os vértices do quadrilátero e investigue as medidas dos ângulos. O que você observa?
- 5) O quadrilátero que você investigou chama-se trapézio. Quais as características de um trapézio?
- 6) Movimente os vértices para que os dois lados não paralelos do trapézio fiquem com a mesma medida. Esse trapézio é chamado trapézio isósceles. Faça um esboço da figura obtida no espaço abaixo indicando as medidas dos ângulos e lados.
- 7) O que você observa em relação às medidas dos ângulos do trapézio retângulo?

Apêndice VI: Ficha de sondagem final

Nome: _____ Idade: _____

- 1) Diga qual(ais) quadriláteros (quadrado, retângulo, trapézio, losango, paralelogramo) possuem:
- a) Um único par de lados paralelos.
 - b) Dois pares de lados paralelos.
 - c) Quatro ângulos retos.
 - d) Quatro lados de medidas iguais.
 - e) Um único par de lados opostos de medidas iguais.
 - f) Dois pares de lados de medidas iguais.
 - g) Apenas um par de ângulos retos.
 - h) Dois ângulos agudos e dois obtusos.
 - i) Um único ângulo agudo e um único ângulo obtuso.

2) Apenas uma das frases a seguir é falsa. Qual?

- a) O quadrado é um paralelogramo.
- b) O retângulo é um paralelogramo.
- c) O trapézio é um paralelogramo.
- d) O losango é um paralelogramo.
- e) Todo quadrilátero tem quatro lados, quatro vértices e quatro ângulos.

➤ A frase marcada anteriormente é falsa porque

3) Retângulos e quadrados têm uma mesma propriedade. Qual?

4) Losangos e quadrados têm uma mesma propriedade. Qual?

5) Qual a diferença entre os trapézios e os paralelogramos?

6) Uma lista mínima de propriedades de uma figura contém as propriedades suficientes e necessárias para defini-la. Por exemplo, uma lista mínima para um quadrado vai garantir que a figura seja um quadrado e se qualquer propriedade for removida dessa lista a figura deixa de ser um quadrado.

Troque ideias com seus colegas de grupo e escreva a lista mínima de propriedades que definem cada tipo de quadrilátero.

Quadrado	
Retângulo	
Losango	
Paralelogramo	
Trapézio	

Apêndice VII: MyAppSharer

O *MyAppSharer* é um aplicativo gratuito que funciona como uma ferramenta para enviar qualquer um dos aplicativos instalados em um dispositivo *Android*, inclusive ele mesmo. Sua interface é muito amigável e fácil de usar. Para ter acesso ao *MyAppSharer* realizando o *download* desse aplicativo, basta procurá-lo no *Play Store* ou *Google Play* do *smartphone*.

Como usar o *MyAppSharer* para *Android*:

Ao abrir o *MyAppSharer* aparece de imediato uma lista com todos os aplicativos instalados em seu aparelho. Nessa lista podemos localizar um deles, movendo a tela para cima e para baixo ou utilizando a lupa, onde basta digitar o nome do aplicativo e a lista será atualizada automaticamente.

Depois de encontrar o aplicativo que deseja compartilhar, basta escolher no topo da tela se deseja compartilhar o link de *download* ou o APK (arquivo de instalação). Escolhido qual deseja compartilhar, selecione o mesmo clicando no quadrado de marcação que aparece ao lado dele e toque no botão de compartilhar assim será apresentado um menu de opções, onde pode adicionar o link ou APK no Dropbox, Bluetooth, Box, Copy, Gmail e One Drive. Para isso, basta ter conta registrada em qualquer um desses e fornecer depois o link para quem deseja compartilhar.

Uma característica importante é o programa suportar o compartilhamento de vários aplicativos simultaneamente, para isso basta selecionar todos os quadradinhos correspondentes aos arquivos que deseja compartilhar.

Usando o recurso de exportar APK para o cartão SD, você pode fazer *backup* de seu aplicativo para o cartão SD.

Após o APK ser recebido no dispositivo de destino, basta tocar no arquivo, executar a instalação do aplicativo enviado e utilizá-lo.