

UFRRJ

**Instituto de Educação
Instituto Multidisciplinar
Programa de Pós-graduação em Educação,
Contextos Contemporâneos e Demandas Populares**

DISSERTAÇÃO

**EXPLORANDO O CONCEITO DE HOMOTETIA COM ALUNOS DO ENSINO
FUNDAMENTAL: UMA ABORDAGEM COM APLICATIVOS DINÂMICOS
INSPIRADA NA CULTURA VISUAL**

SORAYA BARCELLOS IZAR

2014



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO/ INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR
PPGEDUC – PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO,
CONTEXTOS CONTEMPORÂNEOS E DEMANDAS POPULARES**

**EXPLORANDO O CONCEITO DE HOMOTETIA COM ALUNOS DO
ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ABORDAGEM COM APLICATIVOS
DINÂMICOS INSPIRADA NA CULTURA VISUAL**

SORAYA BARCELLOS IZAR

Sob a orientação do Professor Doutor

Marcelo Almeida Bairral

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Educação**, no Programa de Pós-graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares.

**Seropédica
Abril de 2014**

370.71
I98e
T

Izar, Soraya Barcelos, 1963-

Explorando o conceito de homotetia com alunos do ensino fundamental : uma abordagem com aplicativos dinâmicos inspirada na cultura visual / Soraya Barcelos Izar. - 2014.

124 f.: il.

Orientador: Marcelo Almeida Bairral, 1965-

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares.

Bibliografia: f. 109-112.

1. Prática de ensino - Teses. 2. Geometria - Estudo e ensino(Ensino fundamental) - Teses. I. Bairral, Marcelo Almeida, 1965- II. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares. III. Título.



UFRRJ

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL
DO RIO DE JANEIRO

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO / INSTITUTO MULTIDISCIPLINAR

**Programa de Pós-Graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e
Demandas Populares (PPGEduc)**

SORAYA BARCELLOS IZAR

**EXPLORANDO O CONCEITO DE HOMOTETIA COM ALUNOS DO ENSINO
FUNDAMENTAL: UMA ABORDAGEM COM APLICATIVOS DINÂMICOS
INSPIRADA NA CULTURA
VISUAL.**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em
Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares da
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, como requisito
parcial à obtenção do título de Mestre em Educação.

Linha de Pesquisa: Estudos Contemporâneos e Práticas Educativas

Dissertação aprovada em 29/04/2014.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Marcelo Almeida Bairral (Orientador)

UFRRJ

Prof. Dr. José Valter Pereira

UFRRJ

Prof. Dr. Esequiel Rodrigues Oliveira

UERJ

DEDICATÓRIA

A Ti, que sempre estás ao meu lado.

A meu saudoso pai, Aziz.

Aos meus saudosos tios, Gassan e Norma.

A minha amada mãe, Odette.

Ao meu amado filho, Pedro Henrique.

Aos meus queridos alunos.

À vida.

AGRADECIMENTOS

À imensa rede invisível que sempre nos acompanha ao longo de toda a vida; família, alunos, professores, amigos, colegas de trabalho, parentes, enfim, a todos aqueles que, de alguma forma consciente ou não, participam do nosso interminável processo de evolução (SOARES, 2005, p. iv).

Ao Professor Doutor Marcelo Almeida Bairral, meu caro orientador, pela orientação atenta e parceria neste trabalho.

Aos ilustres Professores Doutores José Valter Pereira e Esequiel Rodrigues Oliveira, por aceitarem compor a banca e colaborarem na construção desta pesquisa.

À querida Professora Doutora Rosana de Oliveira, pela amizade e pelo apoio constantes. A minha mãe, pelo amor incondicional.

Aos professores do corpo docente do PPGEduc/UFRRJ, pelas ricas e inesquecíveis aulas.

Aos amigos e companheiros da turma do mestrado PPGEduc 2012, pela caminhada.

Aos integrantes do GEPETICEM e OBEDUC, pelas trocas profícuas.

À direção e aos alunos do 7º ano do CAp-UERJ, parceiros de suma importância na realização da pesquisa de campo.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

RESUMO

IZAR, SORAYA BARCELLOS. **Explorando o conceito de homotetia com alunos do ensino fundamental: uma abordagem com aplicativos dinâmicos inspirada na cultura visual.** 2014. 124p. Dissertação (Mestrado em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares). Instituto de Educação/ Instituto Multidisciplinar, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2014.

As Tecnologias da Informação e Comunicação estão modificando o cenário de várias áreas do conhecimento, particularmente a Educação Matemática. Trabalhar conceitos geométricos com recursos informáticos ficou mais dinâmico e desafiador. É importante que novas propostas de atividades sejam elaboradas e colocadas em prática com o objetivo de estimular a visualização das propriedades e características geométricas pelos alunos já nas séries iniciais. Diante das dificuldades de visualização de estudantes das turmas onde a pesquisadora era regente, surgiu a ideia de dinamizar as atividades com recursos que promovessem a visualização de características e propriedades das figuras e objetos representados. Nesta pesquisa elaboramos uma proposição para a abordagem de homotetia com aplicativos dinâmicos articulados a elementos da cultura visual. A homotetia foi escolhida por ser a base para a construção de conceitos como escalas gráficas e projeções cônicas, desenvolvidos no 9º ano do ensino fundamental e no ensino médio. A pesquisa de intervenção utilizou a homotetia como conteúdo norteador e aconteceu ao longo do ano letivo de 2013 inicialmente com alunos do 6º ano (11-13 anos), acompanhando-os no 7º ano do ensino fundamental do CAp-UERJ. Os dados foram coletados através do diário de campo da pesquisadora, gravações em áudio e vídeo e respostas das atividades propostas. A análise esteve circunscrita aos artefatos mediadores e à interação como potencializadora do aprendizado. A proposição mostrou-se frutífera no que tange a compreensão, pelos alunos, dos elementos e características da transformação, assim como a forma e o tamanho da figura transformada, proporcionalmente ampliada ou reduzida, em relação à figura original. A pesquisa ressalta a importância de explorarmos a multimodalidade favorecida pela cultura visual na abordagem de homotetia, bem como potencializarmos a interação dos alunos nas atividades desenvolvidas, por exemplo, com o uso de Blogs ou demais sítios e o maior manuseio dos aplicativos integrantes das atividades.

Palavras-chave: Proposta de atividades, Homotetia, Aplicativos Dinâmicos, Cultura Visual, Ensino Fundamental.

ABSTRACT

IZAR, SORAYA BARCELLOS. **Exploring the concept of dilation with elementary school students: an approach to dynamic applications inspired by the visual culture.** 2014. 124p. Dissertation (Master's in Education, Contexts and Contemporary Popular Demand). Institute of Education / Multidisciplinary Institute, Federal Rural University of Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2014.

Information and Communication Technologies are changing the scenario of several knowledge areas, particularly Mathematics Education. Working geometric concepts with computer resources became more dynamic and challenging. It is important that new activity proposals are developed and put into practice with the aim of stimulating the view of geometric properties and characteristics by students from the initial series. Given the viewing difficulties of the students of the classes where the researcher was regent, it emerged the idea of stimulating activities with resources that promote the viewing of characteristics and properties of the pictures and represented objects. In this research we developed a proposal for addressing dilation with dynamic applications articulated with the elements of visual culture. The dilation was chosen because it is the basis for the construction of concepts such as graphic scales and conical projections developed in the 9th year of elementary school and high school. The intervention research used the dilation as a guiding content and it happened during the school year of 2013, initially with students (11-13 years old) of the 6th year of elementary school at CAP-UERJ. The students were also observed during the 7th year. Data were collected through the researcher's field journal, audio and video recordings and responses of the proposed activities. The analysis was restricted to the mediating artifacts and the interaction as a learning potentiator. The proposition proved fruitful concerned to understanding of the students about the elements and characteristics, as well as the shape and size of the transformed picture, proportionally enlarged or reduced compared to the original picture. The research highlights the importance of exploring multimodality, favored by the visual culture of dilation approach. It also points out the potentiation of the interaction of students in the developed activities, for example, with the use of Blogs and other sites and more intense use of applications as part of the activities.

Keywords: Proposed activities, Dilate, Dynamic Applications, Visual Culture, Elementary Education.

Lista de Figuras

Figura 1:	Evolução do Desenho: linha do tempo.....	16
Figura 2:	Cartoon de Mike Keefe (2009).....	21
Figura 3:	Relação homotética entre as bases do tronco de pirâmide.....	27
Figura 4:	Esquema Zona de Desenvolvimento Proximal.....	31
Figura 5:	MS-DOS versus Windows 311.....	34
Figura 6:	Elementos da homotetia.....	39
Figura 7:	Aplicações da homotetia.....	41
Figura 8:	Print da primeira postagem do Blog.....	43
Figura 9A-B:	Deformando a imagem no <i>Paint</i> horizontalmente.....	44
Figura 9C-D:	Deformando a imagem no <i>Paint</i> verticalmente.....	44
Figura 9E-H:	Ampliando e reduzindo a imagem no <i>Paint</i> pela diagonal.....	45
Figura 9I:	Determinando a metade do tamanho original.....	45
Figura 9J:	Duplicando o tamanho original.....	46
Figura 10:	Imagem do guia do usuário impressora HP Deskjet F4180 All-in-one series, sobre o posicionamento correto do papel na placa de vidro.....	47
Figura 11:	Movimentando o centro de homotetia - Print da postagem <i>Applet</i> Triângulo do Blog Homotetia através de Aplicativos Dinâmicos.....	47
Figura 12:	Kit de Retângulos em E.V.A.....	48
Figura 13A-B:	Verificação da proporcionalidade dos retângulos pela posição da diagonal dos retângulos sobrepostos.....	49
Figura 14:	Geoplano quadrado e circular.....	50
Figura 15:	Geoplano virtual - Print da tela do <i>applet</i>	50
Figura 16:	Posição do ponteiro e do traçador no pantógrafo para ampliação e redução.....	51
Figura 17:	<i>Kit</i> “Transformazioni”.....	52
Figura 18:	Pantógrafo de Translação.....	53
Figura 19:	Pantógrafo de Simetria Axial ou Reflexão.....	53
Figura 20:	Pantógrafo de Simetria Central ou Meio Giro.....	53
Figura 21:	Pantógrafo de Rotação.....	54
Figura 22:	Pantógrafo de Homotetia.....	54
Figura 23:	Exemplos de composição feitos por alunos do 7º ano - <i>Paint</i> – Cat.....	58

Figura 24:	Exemplos de composição feitos por alunos do 7º ano - May e Pud.....	58
Figura 25:	Blog de aluno do 7º ano.....	59
Figura 26:	Grupo Estudos de Homotetia – 7º ano CAP-UERJ.....	59
Figura 27:	Homotetia do triângulo ABC, de centro O e razão 7/3.....	60
Figura 28:	Composição de homotetias de razões positivas.....	62
Figura 29:	Composição de homotetias de razão positiva e negativa.....	63
Figura 30:	Composição de homotetias de razões negativas.....	64
Figura 31:	Elementos da Projeção cônica.....	65
Figura 32:	Concepção tridimensional da homotetia e animação do sistema.	66
Figura 33:	“Experiências Ópticas” de Brunelleschi.....	67
Figura 34:	Perspectógrafo.....	67
Figura 35:	Perspectógrafo da C. Scheiner, S. J., Pantographice, Roma 1631-1.....	69
Figura 36:	Perspectógrafo da C. Scheiner, S. J., Pantographice, Roma 1631-2.....	69
Figura 37:	Semelhanças no processo de formação da imagem no olho humano e na câmara escura.....	69
Figura 38:	Desenho de Observação - Escala Visual.....	70
Figura 39:	Processo de formação de imagens em lentes.....	71
Figura 40:	Câmera digital Canon PowerShot Pro-Tips.....	71
Figura 41:	Planos de Enquadramento.....	71
Figura 42:	Origem e semelhança geométrica dos formatos de papel.....	72
Figura 43:	Escala Gráfica.....	72
Figura 44:	Escalímetros.....	72
Figura 45:	Mapa e escalas gráficas.....	73
Figura 46:	Construção de escala Gráfica.....	73
Figura 47:	Polígonos homotéticos BCDEFGH e B'C'D'E'F'G'H' em relação ao centro de homotetia A.....	78
Figura 48:	Retângulos homotéticos de centro de homotetia P.....	79
Figura 49:	Retângulos homotéticos de centro de homotetia O.....	79
Figura 50:	Print da sequencia seis imagens do vídeo O Futuro é <i>Touch Screen</i>	81
Figura 51:	Ctrl C e Ctrl V no <i>Paint</i> (atividade 3).....	82
Figura 52:	Alunos do CAP-UERJ manipulando o kit de retângulos.....	83
Figura 53:	Kit de retângulos: método da diagonal.....	83
Figura 54:	Folha de atividades 4.....	83

Figura 55:	Gráfico dos resultados da Folha de Atividades 4 (FAT 4).....	84
Figura 56:	Pantógrafo ampliando a imagem original.....	85
Figura 57:	Print da postagem do <i>Applet</i> do Pantógrafo virtual de Scheiner..	87
Figura 58:	Atividades de ambientação - Recortes de trabalhos dos alunos com o <i>applet</i> do Pantógrafo virtual de Scheiner.....	88
Figura 59:	Polígonos formados pelas hastes do pantógrafo de Scheiner.....	90
Figura 60:	Gráfico das respostas da primeira parte da FAT-8.....	91
Figura 61:	Print da tela do <i>applet</i> do Pantógrafo de Scheiner.....	92
Figura 62:	Gráficos das respostas da segunda parte da FAT 8.....	94
Figura 63:	Gráficos das respostas da terceira parte da FAT 8.....	96
Figura 64:	Quarta questão da P3 Desenho – 7º ano de 2013.....	101
Figura 65:	Gráfico do total de acertos por turma da quarta questão da P3 de Desenho – 7º ano de 2013.....	102
Figura 66:	Desempenho 4ª questão da P3 Desenho do 7º ano de 2013.....	102
Figura 67:	Número de acertos por item da 4ª questão da P3 Desenho do 7º ano de 2013.....	102
Figura 68:	Gerações X, Y e Z.....	104
Figura 69:	Estudo do aluno CLC – T.64- 74 sobre as bases homotéticas do tronco de pirâmide.....	105
Figura 70:	Solução encontrada para acesso simultâneo da janela do <i>browser</i> e do arquivo do <i>Word</i>	106
Figura 71:	Postagem de recepção do Grupo.....	107
Figura 72:	Blog dos alunos do 7º ano sobre homotetia.....	108

Lista de Quadros

Quadro 1:	Planejamento das Atividades da Intervenção em Aula.....	42
Quadro 2:	Folha de acompanhamento de atividade nº 8 (FAT-8).....	55
Quadro 3A:	Objetivos da folha de atividades 8 – parte 1.....	56
Quadro 3B:	Objetivos da folha de atividade 8 – parte 2.....	56
Quadro 3C:	Objetivos da folha de atividade 8 – parte 3.....	57
Quadro 4:	Atividades e Instrumentos de Coleta de Dados.....	77
Quadro 5:	Organização da atividade do <i>Paint</i> : 100 minutos (2 h/a).....	80
Quadro 6:	Organização do conjunto de atividades do Pantógrafo.....	86
Quadro 7:	Organização do conjunto de atividades do Pantógrafo.....	89
Quadro 8	Objetivos das afirmativas da quarta questão da P3 Desenho – 7º ano de 2013	103
Quadro 9:	Síntese dos aspectos conceituais de cada bloco de atividades.....	103

Lista de Apêndices

Apêndice A:	FAT 2 - Folha de acompanhamento e registro da atividade 2.....	113
Apêndice B:	Transcrição da conversa informal com Ina, Rel e Uli – t. 73 sobre a atividade dos pantógrafos.....	115
Apêndice C:	Diário Campo da Pesquisadora – primeiro encontro.....	119
Apêndice D:	Diário Campo da Pesquisadora – segundo encontro.....	120
Apêndice E:	Diário Campo da Pesquisadora – terceiro encontro.....	121
Apêndice F:	Diário Campo da Pesquisadora – quarto encontro.....	122
Apêndice G:	Autorização para participação em pesquisa.....	123

Lista de Anexos

Anexo A:	Pantógrafo de Scheiner – perguntas originais que inspiraram a FAT-8.....	124
----------	--	-----

Lista de Abreviações, Siglas ou Símbolos

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AVA	Ambiente Virtual de Aprendizagem
CAP-UERJ	Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira da Universidade do Estado do Rio de Janeiro
GEPETICEM	Grupo de Pesquisas de Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática.
LEDEN	Laboratório de Ensino de Desenho
OBEDUC	Observatório da Educação
PCN	Planos Curriculares Nacionais
PPGEduc	Programa de Pós-graduação em Educação, Contextos Contemporâneos e Demandas Populares
TIC	Tecnologias da Informação e Comunicação
UFRRJ	Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	16
1 INTERAÇÃO, MEDIAÇÃO, IMAGEM, VISUALIZAÇÃO RUMO À APRENDIZAGEM DE HOMOTETIA	25
1.1 Interação, mediação na aprendizagem de homotetia	25
1.2 A cultura visual e as TIC no trabalho com a homotetia: Uma revisão	33
2 USO DE APLICATIVOS DINÂMICOS NO ENSINO DE HOMOTETIA	38
2.1 O conceito de homotetia	38
2.2 Uma proposta de atividades para o ensino de homotetia	41
Atividade I: Forma e deforma	43
Atividade II: Explorando e reconhecendo	46
Atividade III: O método da diagonal	48
Atividade IV: Pantógrafos	51
Atividade V: Atividade de livre escolha	57
Atividade VI: Um sitio, <i>blog</i> ou grupo no <i>Facebook</i>	58
2.3 A homotetia no currículo do CAP-UERJ	60
2.4 Aplicações da homotetia em diferentes áreas do conhecimento	64
3 UMA ANÁLISE DE ALUNOS MANIPULANDO, INTERAGINDO, APRENDENDO E DESCOBRINDO	75
3.1 Ctrl C, Ctrl V: a atividade do <i>Paint Brush</i>	78
3.2 O bloco de atividades dos pantógrafos	85
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	105
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	109
APÊNDICES	113
Apêndice A: Folha de acompanhamento e registro da atividade 2	113
Apêndice B: Entrevista I	115
Apêndice C: Diário Campo da Pesquisadora (primeiro encontro)	119
Apêndice D: Diário Campo da Pesquisadora (segundo encontro)	120
Apêndice E: Diário Campo da Pesquisadora (terceiro encontro)	121
Apêndice F: Diário Campo da Pesquisadora (quarto encontro)	122
Apêndice G: Autorização para participação em pesquisa	123
ANEXO	
Anexo A: Pantógrafo de Scheiner – perguntas originais que inspiraram a FAT-8	124

INTRODUÇÃO

A utilização de desenhos e imagens como recursos pedagógicos auxiliares para a comunicação não é algo novo. Desenhos e imagens são utilizados para divulgar uma ideia, ilustrar um texto, melhorar a visualização de um projeto, situar ou posicionar um local em um mapa, expressar sensações e sentimentos. A evolução da tecnologia gráfica (programas de desenho, geometria dinâmica, computação gráfica) associada à popularização das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC)¹ potencializam a utilização, a comunicação e a expressão artística através de imagens. Tal facilidade, conferida à evolução das TIC, ao acesso a programas livres e à Internet, aumentou significativamente o quantitativo de imagens que permeiam o nosso cotidiano. Somos bombardeados por imagens de naturezas diversas a todo o momento e, por essa razão, é preciso estabelecer uma relação mais consciente e reflexiva com o mundo imagético.

Historicamente o Desenho esteve associado às representações artísticas e científicas, como mostra a linha do tempo elaborada por Soares (2005), cumprindo sua função estética e descritiva (figura 1).

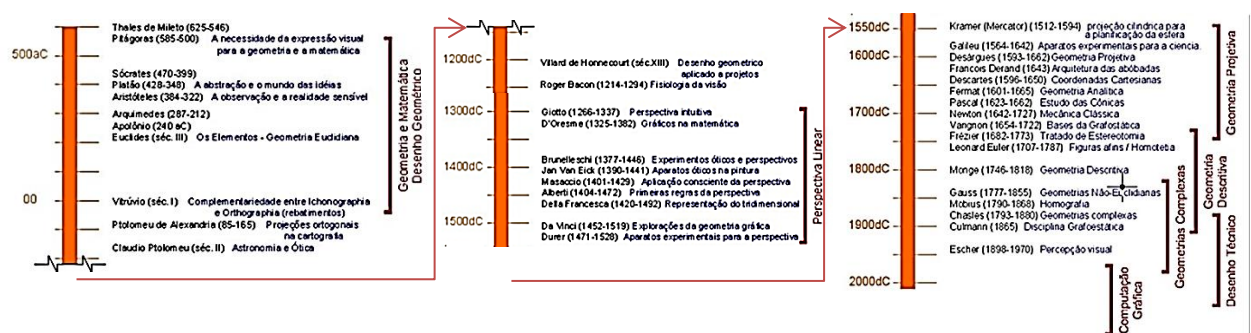


Figura 1 – Evolução do Desenho: linha do tempo

Fonte: SOARES, 2005, p. 76-77

¹ Segundo Bairral (2007), as TIC envolvem um discurso multimodal, a hipertextualidade, a conectividade e a não polarização comunicativa. Esses são os princípios que nortearam a presente pesquisa. E, ao longo desse texto, o termo tecnologia será utilizado em sentido amplo e, por questões ortográficas, os termos “recurso”, “ferramenta” e “prótese” serão usados como sinônimos, embora saibamos que existem diferenças conceituais significativas entre os mesmos (FRANT e CASTRO, 2009).

Segundo Souza (2004), descritivamente, o objetivo do Desenho pode ser o de representar o real, atuando como uma ferramenta analítico-dedutiva, com a qual se pode estudar o passado evoluindo para novos conhecimentos, ou de representar uma ideia atuando como uma ferramenta projetiva-virtual com a qual se pode expressar o que ainda não existe. Tradicionalmente o ensino de Desenho tem utilizado imagens estáticas. Essa metodologia pode gerar dificuldades relacionadas à visualização dos conceitos geométricos pelos alunos. O advento da computação gráfica e a evolução dos recursos informáticos modificaram esse cenário. A interação e a manipulação promovida por alguns programas de geometria dinâmica e pelos *applets*² podem favorecer um melhor entendimento sobre a forma e a posição de figuras e sólidos geométricos estudados. O dinamismo de imagens e gráficos pode promover uma melhor visualização das características geométricas.

Nesse contexto, a utilização pedagógica de um conjunto de recursos (gráficos dinâmicos e manipulativos, imagens, vídeos) com o objetivo de auxiliar na visualização de conceitos geométricos nas aulas de desenho para alunos do ensino fundamental demonstra ser interessante. Esta dissertação busca contribuir com uma proposta sobre a associação desses recursos para promover maior interação com os alunos do 6º e 7º anos do ensino fundamental e desenvolver a habilidade de visualização na exploração do conceito de homotetia.

Sendo assim, assumindo que a mediação e a interação são processos que favorecem o ensino e a aprendizagem, a pesquisa tem os seguintes objetivos específicos:

- Elaborar e apresentar uma proposta para a abordagem do tema homotetia em turmas do 6º e 7º ano do Ensino Fundamental.
- Implementar dois blocos de atividades propostas (Ctrl C e Ctrl V³ e pantógrafos) e analisar aspecto do aprendizado discente nessas atividades.

A pesquisa-intervenção (SPINILLO e LAUTERT, 2008) norteadora deste trabalho aconteceu em sala de aula onde os alunos são os sujeitos e a regente é a pesquisadora das turmas selecionadas para a análise. Tal ambiente foi considerado adequado uma vez que a relação professor com seus alunos propicia e valoriza a mediação entre estes e os recursos dinâmicos. O tópico homotetia foi o recorte do conteúdo programático escolhido para ser desenvolvido e analisado no trabalho de campo por fundamentar o conceito de escalas gráficas, de projeções cônicas, entre outros conteúdos que serão aprofundados no ensino

² Segundo Bairral (2007, p. 49), “*applets* são pequenos programas que são executados dentro de páginas da *web*. São escritos em linguagem Java e de livre acesso aos interessados”.

³ Nomenclatura da junção das teclas de atalho utilizadas no teclado do computador: para copiar pressionamos simultaneamente as teclas Ctrl e C; para colar, Ctrl e V e para recortar, Ctrl e X.

médio. Nessa transformação plana a figura transformada é obtida em função de uma figura original, de uma razão e de um ponto que será o centro da transformação.

Esta pesquisa é relevante para a linha de pesquisa 1 - Contextos Contemporâneos e Práticas Educativas - do PPGEduc por associar as TIC com a linguagem visual como recurso auxiliar para a visualização de conceitos e propriedades geométricas, que primam pelo desenvolvimento do pensamento científico (matemático) e da cultura visual.

Em um levantamento feito no segundo semestre de 2012 sobre teses, dissertações e artigos relacionados ao tema constatamos que há poucos trabalhos publicados sobre o conteúdo homotetia direcionados ao 6º e ao 7º anos do ensino fundamental, embora existam trabalhos sobre a utilização pedagógica de recursos dinâmicos e ferramentas da Internet em aulas de Matemática ou de Desenho.

A Geometria e o Desenho Geométrico, como muitas disciplinas que compõem a grade curricular do ensino fundamental, podem ter seus conteúdos fortemente potencializados com a utilização dos recursos dinâmicos manipuláveis ou informatizados. Entretanto, através da história da constituição das disciplinas, percebemos que algumas delas desaparecem ou são substituídas em função das demandas sociais de cada época e lugar. A disciplina Desenho Geométrico se insere nessa perspectiva. Auxiliadas pelas TIC e pela Computação Gráfica, as representações gráficas ficaram mais dinâmicas e sedutoras, surgindo como uma opção para se resgatar o ensino dos conceitos geométricos e da representação das formas geométricas e, diante desse novo panorama, surgindo como uma proposta para se repensar a metodologia de ensino de Desenho.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN), publicados em 1998, retomam o ensino da Geometria no currículo da Educação Básica, cujos conceitos fundamentam o Desenho Geométrico. Bairral (2009) destaca sua importância.

Com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) no Brasil, a geometria surge como um dos temas relevantes, depois de ter sido praticamente abandonada do currículo por influência do movimento da Matemática Moderna (BAIRRAL, 2009, p.17).

Os PCN de Matemática⁴ recomendam o uso de recursos didáticos desde que se tenha clareza de sua função e adequação ao processo de ensino-aprendizagem. Trabalhar conceitos e propriedades geométricas utilizando recursos dinâmicos seria mais estimulante para o aluno, pois facilitaria a visualização e memorização destes conceitos e propriedades.

⁴ Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>, Acesso em: 29 mar. 2014.

Nesse panorama emergente, é necessário repaginar a disciplina Desenho Geométrico em função das novas demandas advindas das TIC. A linguagem gráfica enriquece a comunicação em várias áreas do conhecimento. Jorge (2002) exemplifica que a linguagem gráfica é muito importante para a comunicação técnica, cartografia e comunicação visual.

A linguagem gráfica é universal, pois independe dos idiomas e proporciona compreensão imediata e interpretação exata dos símbolos usados. Um técnico brasileiro pode construir fielmente algo projetado por um técnico chinês com base apenas em seus desenhos. Da mesma forma, você pode ir a qualquer lugar, orientando-se somente por mapas e sinais visuais (JORGE, 2002, p.3).

Em tempos de aumento exponencial da produção imagética é necessário refletir sobre linguagem gráfica em termos de cultura visual, pois nas diversas formas de comunicação contemporâneas os sentidos são produzidos em decorrência do contexto sociocultural. Compreender a linguagem gráfica e comunicar-se com ela e através dela é importante. Em um mundo onde imagens de diferentes naturezas, tais como fotos e gráficos, estão nos envolvendo a todo o momento é necessário uma “alfabetização⁵” visual. Por conseguinte, a disciplina desenho pode trabalhar abordando a linguagem visual⁶, cujos elementos serão muito úteis para entendimento da comunicação visual⁷ e da cultura visual⁸, visando apurar o senso crítico para a utilização de imagens em determinados contextos socioculturais; assim como adquirir subsídios para analisar a veiculação de imagens em contextos diversos.

A Geometria e o Desenho Geométrico têm o objetivo de desenvolver o raciocínio lógico, o pensamento divergente, a organização e a criatividade através da análise e construção de figuras onde os conceitos e propriedades geométricas possam ser discutidos, estudados, compreendidos e abstraídos; além de promover o entendimento de novos saberes, em outros campos do conhecimento humano, uma vez que o Desenho possui natureza transdisciplinar.

A prática de ensino desse componente curricular engloba a conceituação, identificação e análise dos entes geométricos e sua construção com instrumentos tradicionais

⁵ Termo adotado pela designer Donis A. Dondis em seu livro *Sintaxe da Linguagem Visual*.

⁶ Oliveira et al (2007, p.2) afirmam que a “linguagem visual não é apenas um sistema de signos que serve de meio de comunicação entre indivíduos e pode ser percebido pelos órgãos dos sentidos; é também um meio de apreender conceitos, de ampliar e de produzir conhecimento do mundo físico e cultural, e um instrumento de formação de consciência”.

⁷ Segundo Ferreira (1986, p.444), comunicação visual é a “que se utiliza de um canal visual para transmissão de mensagens”.

⁸ A cultura visual será abordada no capítulo 1, seção 1.2.

de desenho ou em programas de geometria dinâmica⁹. Muitos alunos possuem grandes dificuldades em visualizar e compreender os conceitos geométricos e projetivos, que são acentuados pela natureza manipulativa das ferramentas tradicionais da disciplina. Associar a computação gráfica, a geometria dinâmica e os *applets* ao ensino de Desenho facilitariam a visualização, a representação das figuras geométricas, a memorização de conceitos e propriedades e, conseqüentemente, a consolidação da aprendizagem.

Segundo Ferreira (1986, p.1784), visualizar é “formar ou conceber uma imagem mental de algo (que não se tem ante os olhos no momento)”. Veloso (1998) vai mais além, pois relaciona o termo visualização à construção e à manipulação de imagens mentais. Concordamos com o significado atribuído pelo pesquisador português e o acatamos em nossa pesquisa.

[...] A visualização a que nós estamos a nos referir neste capítulo é principalmente a que corresponde ao primeiro sentido que lhe atribuía Conway, isto é, diz respeito à construção e manipulação de imagens mentais. Essas imagens podem destinar-se a reproduzir situações que não estão visíveis naquele momento, mas que são familiares ou podem tentar estudar situações inacessíveis, que apenas podem ser imaginadas (VELOSO, 1998, p.132 -133).

Em busca da visualização proposta por Veloso (1998), a metodologia do ensino de Desenho Geométrico propõe uma linha de raciocínio, segundo o método da resolução de problemas, que visa atingir os objetivos da construção geométrica. Os segmentos dessa linha são: apresentação ou leitura da questão; esboço da figura a ser construída; destaque dos dados fornecidos no enunciado da questão nesse esboço; análise dos dados fornecidos com as características e propriedades geométricas pertinentes; construção da figura com instrumentos tradicionais de desenho ou, atualmente, em programas de geometria dinâmica.

O esboço, também conhecido por figura de análise, possui uma função essencial na visualização da figura resposta e na organização dos dados para a construção gráfica da questão. Mesmo não possuindo compromisso com a escala, na figura de análise estão contidos, organizadamente, todos os dados fornecidos no enunciado. É importante estimular a confecção deste desenho (em diferentes suportes¹⁰) independentemente do nível de complexidade da questão.

Com advento das TIC, várias áreas do conhecimento têm se favorecido da versatilidade que seus recursos oferecem. A democratização do acesso a computadores, à Internet, a programas livres, muito tem contribuído para se definir um novo cenário

⁹ Cabri Géomètre, Cinderella, Scketpad, GeoGebra.

¹⁰ Em papel, em recursos manipulativos, em programas de geometria dinâmica ou mentalmente.

educacional, que se reflete nas atividades dos envolvidos no processo educativo. Nesse contexto, a utilização das TIC vem delineando novas possibilidades de interação entre alunos, conteúdos e professores.

Desde que o computador surgiu, em meados da década de 50, tem se pensado em sua utilização com propósitos educacionais. Tais propósitos foram evoluindo progressivamente e o computador vem deixando de ser apenas um instrumento para armazenamento de informações em sequência para ser uma potente ferramenta que estimule o aluno a construir seu conhecimento. Valente (1999) destaca que, no Brasil, a utilização do computador na educação teve início com algumas experiências em universidades, no início da década de 70, motivadas pelas atividades que surgiam na França e nos EUA. Na década de 80, o aparecimento dos microcomputadores estimulou também a divulgação de novas possibilidades de utilização do computador na escola.

A popularização da Internet e da conexão de computadores em rede modificaram substancialmente a maneira das pessoas se comunicarem. Bairral (2007) reflete sobre as transformações ocorridas nas comunicações entre as pessoas no século XX.

O século XX foi um período de significativas mudanças no campo da comunicação humana. As duas figuras dessas transformações foram, sem dúvida, a comunicação de massa e, mais recente, a comunicação favorecida por computadores conectados em rede (BAIRRAL, 2007, p.7).

Com o advento dos *Tablets*, *iPads*, *Smartphones* e *iPhones*, revolucionários dispositivos que agregam os conceitos de mobilidade e de conectividade, disponibilizando o acesso a todo e qualquer tipo de informação em qualquer tempo e lugar, faz-se necessário um novo olhar direcionado à contribuição que esses novos recursos podem trazer para o processo educativo e criativo. A charge de Mike Keefe (figura 2) mostra a evolução dos meios de comunicação da idade da pedra, até o século XXI.

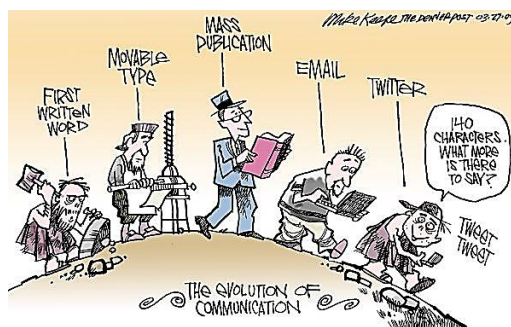


Figura 2 – Cartoon de Mike Keefe (2009)

Fonte: publicado em InToon.com

<http://www.intoon.com/cartoons.cfm/id/68559>.

Acesso em: 15 mar. 2014

Vivemos imersos em um mundo repleto de elementos audiovisuais: textos, imagens, vídeos e sons. As TIC democratizaram o uso desses elementos, assim como facilitaram a sua captação, edição e divulgação. Utilizá-los como instrumentos que estimulem e facilitem a comunicação no processo ensino-aprendizagem consiste em uma consequência natural.

Pesquisadores de várias áreas do conhecimento abordaram a relação entre a imagem, as TIC e Educação em seus trabalhos. Lèvy (1993) preconizou que a imagem e o som da rede digital poderiam ser utilizados como recursos motivadores devido às novas tecnologias.

Mais que nunca, a imagem e o som podem tornar-se os pontos de apoio de novas tecnologias intelectuais. Uma vez digitalizada, a imagem animada, por exemplo, pode ser decomposta, recomposta, indexada, ordenada, comentada, associada no interior de hiperdocumentos multimídias. É possível (será possível em breve) *trabalhar* com a imagem e o som, tão facilmente quanto trabalhamos hoje com a escrita, sem a necessidade de materiais de custo proibitivo, sem aprendizagem excessivamente complexa. Discos óticos ou programas disponíveis na rede poderão funcionar como verdadeiros kits de simulação, catálogos de mundos que poderão ser explorados empiricamente, através de imagens e sons sintetizados. Os imensos bancos de imagens reunidos pelas companhias de produção cinematográfica e televisiva serão indexados e acessíveis a partir de qualquer terminal da mesma forma que os bancos de dados de hoje. Essas massas de imagens óticas ou simuladas poderão ser filtradas, reempregadas, coladas, desviadas para todos os usos heterodoxos ou sistemáticos imagináveis. Em breve estarão reunidas todas as condições técnicas para que o audiovisual atinja o grau de plasticidade que fez da escrita a principal tecnologia intelectual (LÈVY, 1993, p.103).

A disponibilidade de recursos oferecidos na *Web* que podem ser utilizados com fins educacionais nos convida a refletir sobre propostas pedagógicas que os incluam. Kenski (1998) evidencia como as novas tecnologias contribuem na articulação entre conhecimento prévio e organização do pensamento na experiência de aprendizagem.

As tecnologias, em todos os tempos, alteraram as formas de retentiva e lembrança, funções usuais com que os homens armazenam e movimentam suas memórias humanas, seus conhecimentos. Na atualidade, as novas tecnologias de comunicação não apenas alteram as formas de armazenamento e acesso das memórias humanas como, também, mudam o próprio sentido do que é *memória*. Através de imagens, sons e movimentos apresentados virtualmente em filmes, vídeos e demais equipamentos eletrônicos de comunicação, é possível a fixação de imagens, o armazenamento de vivências, sentimentos, aprendizagens e lembranças que não necessariamente foram vivenciadas *in loco* pelos seus espectadores (KENSKI, 1998, p. 59).

A atualização da prática docente para a utilização das TIC parece ser uma necessidade. Muitos pesquisadores têm investido nessa área. Bairral (2009), que tem

pesquisado sobre os recursos da Tecnologia da Informação e Comunicação aplicadas à Educação sugere sua utilização como opção de inovação em sala de aula.

[...] buscamos apresentar possibilidades de inovação da aula de matemática com as novas tecnologias da informação e comunicação (TIC). Concretamente, contemplaremos os *Applet*, as animações 3D, os Blogs, os softwares livres e os ambientes virtuais de aprendizagem (AVA) (BAIRRAL, 2009, p. 15).

Devido ao seu dinamismo, os recursos que atualmente estão disponibilizados pela Geometria Dinâmica funcionariam como uma “prancheta virtual” no ensino de Desenho Geométrico. Ambientes virtuais que disponibilizam aplicativos capazes de mover, rotacionar, deformar, vincular e relacionar elementos podem se tornar ferramentas relevantes para serem utilizadas ao longo do processo de ensino e de aprendizagem de Desenho Geométrico. Dentre a gama variada de recursos e softwares, o GeoGebra¹¹ e os *applets* surgem como opções interessantemente dinâmicas. Bairral (2009) destaca a que utilização do *applet* pode ser um recurso interessante quando direcionado a estimular a visualização por parte dos aprendizes.

Diante da evolução meteórica dos recursos tecnológicos, o cenário atual nos convida a fazer uso das TIC disponíveis, com fins educacionais. A utilização desses recursos pode despertar o interesse dos alunos para o aprendizado de conteúdos diversos e assim dinamizar o processo ensino-aprendizagem. Inicialmente a inovação pode causar certo desconforto, pois é necessário desvendar o novo, aprender, analisar suas possibilidades, prós e contras e estudar diferentes formas de aplicação dos novos aparatos tecnológicos. Não é fácil desarticular cada entrave e passar adiante. Reconhecer a incapacidade de entender determinada tecnologia e perseverar no aprendizado é um ato de coragem. Parece ser necessário e urgente que estejamos com olhar crítico, mas também disponíveis e abertos a analisar o novo e o incorporá-lo em nossa prática.

Nesse contexto, trabalhar o conceito de homotetia, ou seja, transformação que associa a posição entre as figuras em relação a um ponto fixo, a proporcionalidade entre seus lados e a semelhança entre as figuras, utilizando ferramentas dinâmicas que viabilizem seu entendimento e que favoreçam a visualização, não é uma realidade inacessível; entretanto é desafiadora.

¹¹ Software gratuito de matemática dinâmico criado por Markus Hohenwarter e desenvolvido para o ensino e aprendizagem de matemática, do ensino básico ao universitário. Reunindo recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente, o GeoGebra possui a vantagem de apresentar, ao mesmo tempo, representações interativas diferentes de um mesmo objeto.

Com objetivo de contribuir para as pesquisas voltadas para o ensino e a aprendizagem de Desenho Geométrico, com uso das TIC e sua relação com a área de educação matemática, este texto foi organizado em cinco capítulos.

A introdução traz um panorama sobre o advento das TIC, justificando sua utilização como um dinâmico recurso pedagógico.

O segundo capítulo traz algumas contribuições do pensamento vygotskyano e da psicologia do desenvolvimento, destacando a mediação e a interação promovidas pelas TIC e a importância da utilização de elementos da cultura visual, potencializando recursos didáticos.

O terceiro capítulo apresenta nossa proposição de atividades para o tema homotetia, direcionada aos alunos do 6º e 7º anos do ensino fundamental, com recursos dinâmicos. O conceito de homotetia, a homotetia no currículo do CAP-UERJ e as aplicações da homotetia em outras áreas do conhecimento.

O quarto capítulo mostra a análise do aspecto do aprendizado discente do bloco de atividades implementadas: Ctrl C, Ctrl V e dos pantógrafos.

As considerações finais apresentam as reflexões sobre as análises e sobre a intervenção, mostrando que é possível implementar a proposição de atividades com estudantes do ensino fundamental, mas que se torna importante potencializar ainda mais as diferentes formas de comunicação, o maior manuseio dos aplicativos integrantes das atividades e a interação dos alunos com os aplicativos.

CAPÍTULO I

INTERAÇÃO, MEDIAÇÃO, IMAGEM, VISUALIZAÇÃO RUMO À APRENDIZAGEM DE HOMOTETIA

Os elementos mediadores na relação entre o homem e o mundo – instrumentos, signos e todos os elementos do ambiente humano carregados de significado cultural – são fornecidos pelas relações entre os homens (OLIVEIRA, 1997, p.40).

A visão é assim algo mais do que um acto físico. É uma experiência dinâmica, um acto de inteligência (a diversos níveis) e um processo multidimensional (CALADO, 1994, p.25).

Neste capítulo abordaremos algumas considerações de teóricos, pesquisadores e estudiosos da área que possam contribuir para a análise de nossa pesquisa. As atividades propostas no quarto capítulo foram planejadas para que a interação e a mediação fossem estimuladas, por isso abordaremos algumas contribuições do pensamento vygotskyano e da psicologia do desenvolvimento.

A utilização de imagens dinâmicas foi um dos recursos planejados para estimular a visualização dos estudantes. Assim abordaremos autores que compartilham de nossas ideias em relação à utilização de imagens no processo de ensino e de aprendizagem.

1.1 Interação, Mediação e Aprendizagem de Homotetia

Vygotsky estudou temas fundamentais para o entendimento de como o processo pedagógico acontece: a relação entre pensamento e linguagem, o papel da instrução e o processo de desenvolvimento da criança. Oliveira¹² (2010) destaca que, embora historicamente Piaget tenha sido a principal referência na área da psicologia da educação, a teoria vygotskyana conquistou professores e educadores por valorizar a escola, o educador, a ação pedagógica, a intervenção e o papel do educador na formação do indivíduo que passa pelo ambiente escolar.

¹² Vídeo – Vygotsky: Aprendizado e Desenvolvimento, um processo sócio histórico. Coleção Grandes Educadores. Produzido pela Atta- Mídia e Educação. Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=pZFu_ygccOo. Acesso em: 02 fev. 2014.

Na postulação interacionista de Vygotsky, Oliveira (2010) evidencia a importância dos quatro planos genéticos de desenvolvimento (a filogênese¹³, a ontogênese,¹⁴ a sociogênese¹⁵ e a microgênese¹⁶) responsáveis pelo processo de formação de funcionamento psicológico do ser humano, através da interação e da mediação abordados neste trabalho, e da internalização.

Segundo Vygotsky, o ser humano se relaciona com o mundo através da **mediação**¹⁷ de instrumentos e símbolos que são desenvolvidos culturalmente, criando formas de ação que o diferenciam de outros animais. “A invenção e o uso dos signos como meios auxiliares para solucionar um dado problema psicológico tais como lembrar, comparar, relatar, escolher é análoga à invenção e uso de instrumentos só que agora no campo psicológico” (VYGOTSKY, 1991a, p. 38).

Oliveira (2010) destaca que os instrumentos tecnológicos são responsáveis por mediar às ações concretas entre as pessoas sobre e o mundo. Nas atividades propostas, utilizamos tais recursos de modo a favorecer a compreensão e a elaboração do conceito de homotetia. A autora explica que essa relação homem-mundo é mediada, pois se realiza através de instrumentos ou através de signos, responsáveis pela mediação de natureza semiótica ou simbólica. Nesse contexto, uma imagem pode ser um elemento mediador de significados.

As imagens utilizadas no desenvolvimento das atividades em nossa pesquisa de campo intencionaram mediar algumas experiências para que o conceito de homotetia fosse desenvolvido pelos alunos, assim como imagens de figuras homotéticas e seus respectivos elementos poderiam mediar a identificação de processos similares. Exemplificando, na figura 3 podemos observar o posicionamento das bases do tronco de pirâmide em relação ao vértice principal¹⁸ e correlacionar a relação existente entre esses polígonos com as características e propriedades das figuras homotéticas.

¹³ Segundo Ferreira (1986, p.779), filogênese é a “história evolucionária das espécies”.

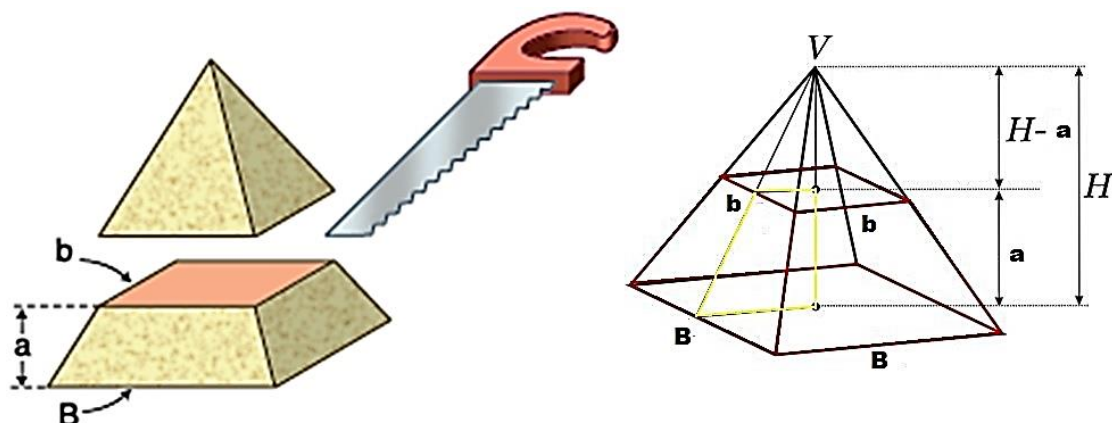
¹⁴ Ontogenia é o “desenvolvimento do indivíduo desde a fecundação até a maturidade para reprodução” (Ferreira, 1986, p.1225), ou seja, a história do indivíduo dentro da espécie.

¹⁵ “Estudo sobre a formação da sociedade” (FERREIRA, 1986, p.1603) ou a história do meio cultural em que o sujeito está inserido.

¹⁶ Segundo Oliveira (2010), a microgenia se relaciona como aspectos microscópicos e individuais do desenvolvimento do ser humano.

¹⁷ Grifo nosso.

¹⁸ Pirâmide reta seccionada paralelamente à base.



Tronco de Pirâmide - bases homotéticas

Figura 03 - Relação homotética entre as bases do tronco de pirâmide.

Fonte: Imagens da Internet adaptadas pela autora. Disponível em

<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2002/icm104/images/troncopiram.gif>

<http://www.brasilecola.com/upload/e/tronco%20piramide.JPG>. Acesso em: 30 mar. 2014

Oliveira (2010) destaca que a mediação identificada por Vygotsky é muito importante para a educação e essencial para o crescimento e desenvolvimento históricos do ser humano, evitando que cada indivíduo comece suas experiências do marco zero. Grande parte da ação do ser humano no mundo é mediada pela experiência de outras pessoas.

Para Vygotsky, o pensamento e a linguagem¹⁹ estão fortemente interligados e são extremamente importantes para a análise do desenvolvimento do pensamento. Ao observar e estudar as duas funções básicas da linguagem: a comunicação e o pensamento generalizante, Vygotsky constatou a intensa relação entre pensamento-linguagem. Percebeu também que o uso e o desenvolvimento da linguagem implicam em uma compreensão generalizada do mundo. Ao se nomear algo, um ato de classificação está sendo realizando, pois nomear é classificar. Oliveira (2010) ressalta que o pensamento generalizante é o “grande salto qualitativo” na relação do ser humano com o mundo, habilitando-o a abstrair, generalizar, classificar, graças a um “sistema simbólico articulado, compartilhado, organizado por regras” que nenhuma outra espécie animal possui.

Segundo Vygotsky (1991b):

O significado de uma palavra representa um amálgama tão estreito do pensamento e da linguagem que fica difícil dizer se se trata do fenômeno da fala ou um fenômeno do pensamento. Uma palavra sem significado é um

¹⁹ Oliveira (2010) faz uma digressão explicando que nas relações entre pensamento e linguagem de Vygotsky o melhor termo seria língua, pois se refere à fala e ao discurso.

som vazio; o significado, portanto, é um critério da “palavra”, seu componente indispensável. Pareceria, então, que o significado poderia ser visto como um fenômeno da fala. Mas, do ponto de vista da psicologia, o significado de cada palavra é uma generalização ou um conceito. E como as generalizações e os conceitos são atos de pensamento, podemos considerar o significado como um fenômeno do pensamento (VYGOTSKY, 1991b, p.104).

Luria (1985) destaca que, embora a palavra seja a unidade básica da língua, considerá-la como uma mera associação entre o som e uma determinada representação seria um erro.

Con pleno fundamento se considera la *palabra* como la unidad básica del lenguaje. Ahora bien, sería un gran error creer que se trata de una partícula elemental, y hasta indivisible, como se estimó durante mucho tiempo, de un simple nexo (asociación) entre el sonido convencional y una determinada representación (LURIA, 1985, p.26).

A relação entre pensamento e palavra para Vygotsky (1991b) é um processo contínuo, em constante transformação.

A relação entre o pensamento e a palavra não é uma coisa, mas um processo, um movimento contínuo de vaivém do pensamento para a palavra, e vice-versa. Nesse processo, a relação entre o pensamento e a palavra passa por transformações que, em si mesmas, podem ser consideradas um desenvolvimento no sentido funcional. O pensamento não é expresso em palavras; é por meio delas que ele passa a existir (VYGOTSKY, 1991b, p. 108).

As relações entre desenvolvimento e aprendizagem são extremamente importantes nos estudos vygotskianos. Por associar psicologia e educação e defender que o desenvolvimento ocorre de fora para dentro, Vygotsky ressalta que a aprendizagem é responsável por promover o desenvolvimento do ser humano. Nesse contexto, destaca a importância da brincadeira de faz de conta, jogo de papéis ou jogo simbólico, como um importante espaço para o desenvolvimento e a aprendizagem. Oliveira (2010) frisa que no jogo simbólico ou jogo de papéis a criança está, simultaneamente, fazendo e transitando pelo mundo do imaginário, simulando situações do mundo concreto adulto, regido por regras definidas pela cultura em que está inserida. O jogo simbólico permite um distanciamento da percepção do mundo imediato, tornando possível a relação com o mundo dos significados e ajudando a transitar pelo mundo simbólico, das representações, da língua e das relações entre pensamento e linguagem. É um exemplo de como atividades externas podem promover aprendizagem e desenvolvimento de uma forma tipicamente humana, associada à cultura.

Desenhar e brincar deveriam ser estágios preparatórios para o desenvolvimento da linguagem escrita das crianças. Os educadores devem organizar todas essas ações e todo o complexo processo de transição de um tipo de linguagem para outro. Deve acompanhar esse processo através de seus momentos críticos até o ponto da descoberta de que se pode desenhar não somente objetos, mas também a fala (VYGOTSKY, 1991a, p.79).

Elaborar atividades lúdicas e adequadas à faixa etária dos estudantes, onde eles possam elaborar e manipular figuras, desenhos e imagens em recursos dinâmicos (*applet*, GeoGebra, *Paint*) pode ser um estímulo para a visualização das características e propriedades das figuras homotéticas trabalhadas em nossa pesquisa. Quanto mais rica for a mediação das atividades e a interação do professor com o aluno, mais significativa será a aprendizagem. Lyra (2006) ressalta a importância da qualidade do processo de interação de Vygotsky em sua análise sobre o aumento da extensão do vocabulário infantil. Para a pesquisadora o desenvolvimento pode ser analisado através de um processo de mudança.

Primeiro, permita-nos assumir que o referido aumento esteja relacionado às trocas comunicativas que ocorrem entre a criança e seus parceiros adultos. Permita-nos assumir também que ambientes nos quais as trocas interativas fossem ajustadas sincronicamente às demandas da criança conduziram a um aumento gradual, crescente e acelerado do vocabulário. Por outro lado, a ausência dessa sincronia estaria relacionada a uma menor aceleração do crescimento do vocabulário da criança (LYRA, 2006, p.170).

A intervenção ativa de indivíduos (professores, pais, parentes, amigos, colegas) na definição dos rumos do desenvolvimento de cada indivíduo é um aspecto peculiar da teoria vygotskyana, que valoriza a importância da cultura, do outro social. Nessa intervenção, o indivíduo também se relaciona ativamente com o mundo repleto de informações, significados, imprimindo sua subjetividade, sua visão particularizada do mundo, sua própria história. Fatores que influenciarão nas situações de aprendizagem que vivenciará, promovendo seu desenvolvimento. Assim, segundo Vygotsky, a intervenção pedagógica é primordial na promoção do desenvolvimento de cada pessoa. A interferência intencional no desenvolvimento das crianças é importantíssima para a definição do seu desenvolvimento. Oliveira (2010) destaca que, na sociedade escolarizada, a escola é um *locus* cultural muito importante para definir os rumos de desenvolvimento, assim como a intervenção é essencial para definir o desenvolvimento do indivíduo.

Oliveira (1997) afirma que na maioria das vezes avaliamos o desenvolvimento ou a capacidade de uma criança pelas atividades que ela já sabe fazer sozinha, de uma forma retrospectiva. Entretanto, a análise do desenvolvimento proposta por Vygotsky deve ser

prospectiva, ou seja, observar o que ainda não aconteceu ou que está em processo de desenvolvimento, pois é nesse estágio que a intervenção pedagógica pode acontecer.

A análise prospectiva do desenvolvimento vai estruturar o conceito de zona de desenvolvimento proximal (ZDP) ou potencial, ou seja, uma região ou espaço compreendido entre os dois níveis de desenvolvimento da criança: o real e o potencial²⁰. Esse aspecto da interação torna o fenômeno significativo em termos de desenvolvimento, permitindo as transformações geradas pela intervenção pedagógica.

A zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação. Funções que amadurecerão, mas que estão presentemente em estado embrionário. Essas funções poderiam ser chamadas de "brotos" ou "flores" do desenvolvimento, ao invés de "frutos" do desenvolvimento. O nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental retrospectivamente, enquanto a zona de desenvolvimento proximal caracteriza o desenvolvimento mental prospectivamente (VYGOTSKY, 1991a, p.58).

Lyra destaca a importância da interação e ressalta que “as trocas interativas supostamente não sincrônicas podem desempenhar um papel análogo ao descrito pela noção de Zona de Desenvolvimento Proximal” (LYRA, 2006, p.171).

Para Oliveira (2010) o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) não é instrumental. É um conceito que ajuda a entender o desenvolvimento, que possui valor explicativo de dentro da teoria de Vygotsky, mas que não se pode mensurar ou ser identificado por ser muito flexível e complexo. Não é um conceito visível em termos práticos. Para entender a complexidade do conceito, basta imaginar que para cada tópico de desenvolvimento, para cada micro momento do desenvolvimento de cada criança e para cada criança existirá uma ZDP. O que significa que em uma sala de aula com 40 alunos para se trabalhar um determinado conteúdo existirão 40 zonas de desenvolvimento proximais em movimento, pois a ZDP de cada criança se altera (ou de pelo menos de uma parte delas) na medida em que o conteúdo é apresentado. É um processo em constante transformação (Figura 4).

As atividades desenvolvidas na pesquisa de campo visam interagir com as ZDP de cada aluno do 7º ano do ensino fundamental. Os estudantes terão vivenciado e elaborado alguns aspectos do conteúdo homotetia. Esperamos que, quando o assunto for novamente

²⁰ O nível de desenvolvimento real é aquele em que a criança já chegou, onde ela possui autonomia para desenvolver as ações sem interferência de outros. O nível de desenvolvimento potencial é aquele que a criança ainda não possui, mas que está em vias de adquirir, pois consegue se relacionar com os objetos de conhecimento e de ação de forma não autônoma, mas com o apoio de símbolos ou com a ajuda ou a instrução de outros colegas ou, ainda, com a intervenção de alguém mais experiente, como os responsáveis ou os educadores.

abordado no 9º ano do ensino fundamental ou em outro eventual momento, novas peculiaridades, novas interações e mediações interfiram no nível de desenvolvimento potencial dos estudantes, modificando-o e estabelecendo em cada estudante um novo nível de desenvolvimento real relativo ao tema.

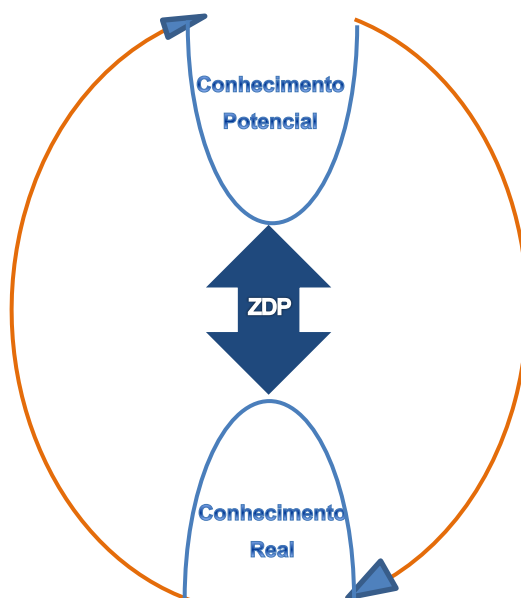


Figura 4 – Esquema Zona de Desenvolvimento Proximal

Fonte: Esquema feito pela Professora Maria Ângela Monteiro Correa na aula de Psicologia e Educação – UNIRIO 2014/1

A percepção, a atenção e a memória também foram temas pesquisados por Vygotsky, que os relacionava com o desenvolvimento e com a aprendizagem.

A percepção é um processo complexo que passa pela “internalização da linguagem e dos conceitos e significados culturalmente desenvolvidos” (OLIVEIRA, 1997, p.73). Ao longo do desenvolvimento do indivíduo, a percepção deixa de ser uma relação direta entre indivíduo e meio e passa a ser mediada por conteúdos culturais.

Calado (1994) destaca que a percepção depende de vários fatores, inclusive o sociocultural.

O que é certo é que a percepção depende de vários factores, uns de carácter individual, outros de carácter sociocultural (se é que podemos alguma vez distinguir os dois aspectos...). Uns de carácter sintáctico e outros de carácter semântico e pragmático (CALADO, 1994, p. 27).

Oliveira (1997) destaca que a percepção atua em um sistema que engloba outras funções. “Ao percebermos elementos do mundo real, fazemos inferências baseadas em conhecimentos adquiridos previamente e em informações sobre a situação presente,

interpretando dados perceptuais à luz de outros conteúdos psicológicos” (OLIVEIRA, 1997, p.74).

A atenção funciona de maneira semelhante à percepção. No início se estrutura em mecanismos neurológicos inatos para depois ser submetida gradualmente a processos de controle voluntário, baseados em grande parte na mediação simbólica (OLIVEIRA, 1997).

Ao longo do desenvolvimento, o indivíduo passa a ser capaz de dirigir, voluntariamente, sua atenção para elementos do ambiente que ele tenha definido como relevantes. A relevância dos objetos da atenção voluntária estará relacionada à atividade desenvolvida pelo indivíduo e ao seu significado, sendo, portanto, construída ao longo do desenvolvimento do indivíduo em interação com o meio em que vive (OLIVEIRA, 1997, p.75).

Vygotsky destaca a importância da transformação da memória ao longo do desenvolvimento, influenciada pelos significados e pela linguagem. Distingue entre a memória “natural”, não mediada, e a memória mediada por signos.

A memória natural é a mais básica e, tal como a percepção sensorial e a atenção involuntária, está presente nas definições inerentes ao organismo do ser humano, surgindo devido à “influência direta dos estímulos externos sobre os indivíduos”. Semelhante à existente em outros animais. A memória não mediada relaciona-se ao registro involuntário de experiências, com objetivo de acumular informações para utilização posterior em que é necessário solicitar informações de situações já vividas.

De natureza bem distinta, a memória mediada, apesar de solicitar o registro de experiências anteriores para recuperação e uso posterior, inclui a ação voluntária do indivíduo para se apoiar em elementos mediadores que o ajudem a lembrar de alguma questão em particular. “A memória mediada permite ao indivíduo controlar seu próprio comportamento, por meio da utilização de instrumentos e signos que provoquem a lembrança do conteúdo a ser recuperado, de forma deliberada” (OLIVEIRA, 1997, p.77).

Devido ao desenvolvimento de diferentes maneiras de utilização de signos para auxiliar a memória dos seres humanos, a capacidade de memorização se amplia e sua ligação com conteúdos culturais e, conseqüentemente, com processos de aprendizado, fica notadamente estabelecida.

Nesta seção, discorreremos sobre a importância da mediação, a interação no ensino e na aprendizagem. Na próxima seção, abordaremos a cultura visual e sua relevância para a contemporaneidade.

1.2. A Cultura Visual e as TIC no Trabalho com a Homotetia: Uma Revisão

O objetivo desta seção é abordar o conceito de cultura visual, apresentando as principais ideias de teóricos, pesquisadores e estudiosos da área e relacionando-os com o ensino de homotetia.

Em sua trajetória evolutiva, a necessidade de comunicação levou o homem a desenvolver a linguagem oral, a escrita e criar artefatos diversos que o levassem a se comunicar mais e melhor. Através da linguagem sonora, gestual, pictórica, oral e escrita o ser humano busca a interação com o outro para se desenvolver e evoluir enquanto indivíduo e enquanto grupo social.

Coelho (2011) ressalta que desde o início da nossa civilização se discute a questão da imagem, da representação, do que é real. Entretanto, com o desenvolvimento das TIC e devido ao aumento da produção imagética favorecida pelas TIC, vivemos imersos em uma complexidade de imaginários, de representações de diferentes significados culturais. A comunicação através de desenhos e imagens vem sendo potencializada na medida em que as TIC tornam mais acessíveis a edição e a utilização de fotos, de vídeos e de recursos gráficos no dia a dia das pessoas.

Santaella e Winfried (2012, p. 13) destacam que “enquanto a propagação da palavra humana começou a adquirir dimensões galácticas já no século XV de Gutenberg, a galáxia imagética teria que esperar até o século XX para se desenvolver”. A idade do vídeo e da infografia inunda o nosso cotidiano de mensagens visuais.

A comunicação através de imagens mostrou sua importância em vários momentos da história. Na idade média, a Igreja Católica de Roma utilizava imagens para se comunicar mais rapidamente com a população iletrada para fins de catequização. Shaver-Crandell (1982, p. 9) ressalta que “numa época em que muito poucas pessoas sabiam ler ou escrever, a igreja recorria substancialmente às pinturas e às esculturas para comunicar-se com seus membros e com os neófitos potenciais”.

Outro exemplo mais recente mostra a importância da comunicação e interação através da imagem: a evolução do sistema operacional Windows. O Windows 311 se popularizou rapidamente devido à forma inovadora de interação com usuário através de “janelas”. A interface de comunicação com o usuário foi planejada com base na utilização dos recursos gráficos e que interagem com o usuário de forma mais intuitiva, eficiente, rápida e

democrática, substituindo as longas linhas de comando do anterior MS-DOS (Figura 5²¹). A evolução do Windows 3.11 chegou a sua versão mais recente: Windows 8, mostrando como a mudança na forma de interação da interface do sistema operacional DOS para o Windows utilizando a linguagem visual pode contribuir para dinamizar a interação dos usuários com os computadores. As janelas retangulares (Windows) e os ícones (imagens) facilitam o acesso aos arquivos, às imagens e às informações armazenadas no HD (*hard disk*) interno ou externo do computador. As imagens da figura 5 mostram como era a interface do MS-DOS e a do Windows 3.11.

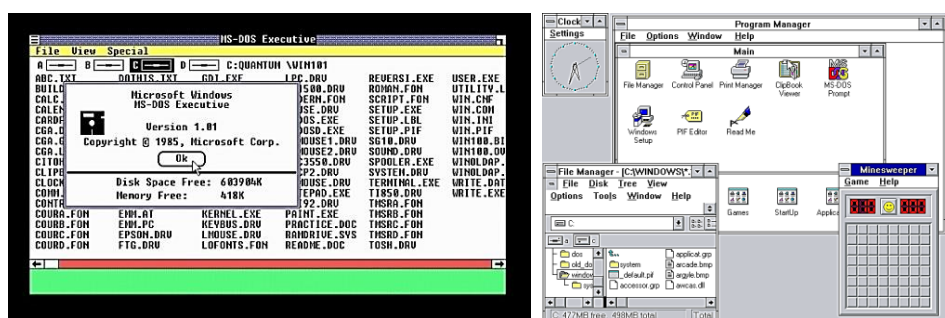


Figura 5 – MS-DOS versus Windows 3.11

Fonte: Imagens da Internet

A imagem se destaca. Seus elementos são percebidos simultaneamente pela mente humana, mesmo que a atenção não seja dirigida, ao mesmo tempo, a todos os seus detalhes. O mesmo não ocorre com o texto, que é desenvolvido de forma linear e apreendido pela mente humana de forma sucessiva como a língua falada (SANTAELLA, 2012).

As imagens são recebidas mais rapidamente do que os textos, elas possuem um maior valor de atenção, e sua informação permanece durante mais tempo no cérebro. Somos mais capazes de memorizar descrições de objetos a partir de imagens do que a partir de palavras (SANTAELLA, 2012, p.109).

Nesse contexto a utilização de recursos imagéticos com objetivo de melhorar a comunicação e a visualização de conceitos geométricos seria uma opção válida. Aliadas nesta tarefa, as TIC viabilizam de forma flexível e democrática a elaboração, utilização e edição de elementos audiovisuais.

O fascínio pela imagem tem muitas razões. Oliveira et al. (2007, p. 2) destacam que a “imagem sempre exerceu um papel narrativo, descritivo e persuasivo na sociedade” e afirmam que, atualmente, as novas tecnologias criam imagens cada vez mais sofisticadas, popularizam

²¹ Imagens disponíveis em:

http://imguol.com/2012/12/26/evolucao-do-sistema-operacional-windows-1356553785701_956x500.jpg

http://www.thapyoka.com.br/blog/wp-content/uploads/antigos/windows_311_workspace.png

Acesso em: 30 mar. 2014.

seu uso e ampliam de forma inimaginável sua difusão, tornando-as parte integrante e indispensável na construção do conhecimento.

Tourinho e Martins (2011) ressaltam que convivemos com mídias conhecidas (fotografia, televisão, filme), tradicionais (pintura, escultura, design), com novas mídias artísticas e multimídias (web e o processamento digital) que juntas veiculam imagens de informação, arte, ficção, publicidade e cultura popular e enfatizam “o papel e a importância das visualidades e das mídias visuais no nosso cotidiano e na disseminação de ideias nas esferas pública e privada” (TOURINHO e MARTINS, 2011, p. 53).

O ato de ver foi evoluindo. O conceito de artes plásticas²² que serviu durante determinado contexto sócio-econômico-cultural foi substituído pelo conceito de artes visuais²³, que precisou dar lugar a um novo conceito que abarcasse as manifestações artísticas e culturais contemporâneas.

Uma abordagem de comunicação imagética que lide com o contexto social, econômico, cultural; que integre as inúmeras e crescentes manifestações artístico-culturais que utilizam imagens; que estimule uma análise crítica de seus valores, sua utilização e seu consumo é necessária. Um conceito que agregue as manifestações, escolas e tendências de comunicação e expressão anteriores e as atuais: a cultura visual.

Coelho (2011) enfatiza que o conceito de cultura visual se origina nos estudos visuais e interdisciplinares, que analisam a imagem e a visualidade que nos cerca através de diferentes olhares: antropológico, sociológico, filosófico; objetivando nos mostrar a complexidade do ato de ver.

Dias (2011) afirma que o conceito de cultura visual extrapola o artefato, o elemento que se considera arte, se preocupando com todas as imagens e todos os artefatos. Busca quebrar a hegemonia dos antigos conceitos de Belas Artes²⁴, que definiu hierarquias entre artistas e artesãos e entre os modos de produção, ampliando esses modos de produção, assim

²² Segundo o professor Dias (2011), o termo Artes Plásticas define a produção artística do final do século XIX até a primeira metade do século XX, com forte influência francesa devido ao eixo sócio-econômico-cultural que dominava e modelava as artes na época. A representação está voltada para a parte formal; para a questão dos sentidos, da estética (que dominava os sentidos) e para a questão da materialidade.

²³ Dias (2011) explica que o termo Artes Visuais surgiu a partir da segunda metade do século XX, historicamente quando acontece a mudança do eixo sócio-econômico-cultural da Europa para a América do Norte. Há uma mudança conceitual e o enfoque sensorial passa para o enfoque visual, com forte influência anglo-saxã. O conceito de Artes Visuais vai englobar uma série de linguagens e manifestações culturais da visualidade que ocorreram nos anos 50, 60, 70: performances, *happening* e outras manifestações artísticas que não estavam inseridos no conceito de artes plásticas.

²⁴ Segundo a Enciclopédia Itaú de Artes Visuais, o termo é aplicado às chamadas "artes superiores", de caráter não utilitário, opostas às artes aplicadas e às artes decorativas. Disponível em: <http://enciclopedia.itaucultural.org.br/> Acesso em: 30 mar. 2014.

como o campo de estudos para uma reflexão que envolva, não apenas os elementos que eram considerados objetos culturais, mais também os eventos que os envolvem (a feira, o circo, o parque). Não só o objeto em si, mas todo o evento construtor daquela realidade. É um evento de reflexão, do fazer da prática cultural, que deve ser entendida, pensada e estudada em toda a sua complexidade.

A Cultura Visual engloba as visualidades²⁵. Para Duncum (2011, p.21), “a cultura visual é bastante inclusiva, pois incorpora as belas-artes juntamente com a extensa gama de imagens vernáculas e midiáticas, imagética eletrônica contemporânea e toda a história da imagética produzida e utilizada pelas culturas humanas”. Tourinho (2011) ressalta a cultura visual como um conceito transdisciplinar.

A cultura visual é um campo de estudo emergente e transdisciplinar que se fundamenta no princípio de que as práticas do ver são construídas social e culturalmente. Considerando o alargamento, a vitalidade e a pregnância dessas práticas, a cultura visual discute impactos e implicações das experiências de ver e ser visto na contemporaneidade (TOURINHO, 2011, p.4).

Apesar de a comunicação imagética ser abrangente, existem algumas controvérsias quanto a sua utilização. No âmbito das ciências sociais, Campos (2013) destaca que muitas vezes a imagem foi excluída da convivência humana, sendo ainda objeto de “discursos que invocam seu poder”, ou seja, a “imagem é uma fonte constante de receios e são inúmeras as tentativas de domesticação que pretendem sinalizar balizas socialmente admissíveis para sua atuação” (CAMPOS, 2013, p.23).

Os significados que as imagens possuem não são os mesmos para todas as pessoas. O espectador é quem dá sentido às imagens, que as valora. Por isso é necessário a construção de uma consciência crítica capaz de analisar as imagens que serão consumidas e produzidas, evitando a manipulação e a reprodução de discursos de outrem.

Calado (1994) ressalta a importância do aprender a lidar com a imensa quantidade de imagens que consumimos.

Ultrapassamos já aquela etapa da imagem de massa, iniciada nos finais do século XIX e prolongada no século XX, em que o fascínio da quantidade – favorecida pela explosão das artes gráficas de reprodução – dava o tom. Hoje

²⁵ Dikovitskaya (2005 apud Flores, 2010) afirma que visualidade é o termo preferencialmente usado por Nicholas Mirzoeff (professor da Universidade de Nova York e teórico da cultura visual), em vez de visualização, por significar o visual em sobreposição entre representação e poder cultural. Para Schollhammer (2001, p.33), “nenhuma imagem hoje representa um sentido em função da sua pura visibilidade, mas encontra-se sempre inscrita num texto cultural maior abrindo para formas diferentes de leitura cujas fronteiras ainda não percebemos com clareza”.

– na imprensa, na televisão, na banda desenhada, nos registos videográficos, na coleção de fotografias, de diapositivos ou de discos compactos que vamos acumulando, por vezes catalogando – dispomos todos de uma quantidade de imagens que passou a ser avassaladora, demasiada talvez. E que consumimos. Nesta nova etapa, não se trata já de multiplicar. Do que precisamos é de passar a entender essas muitas imagens, usando-as de acordo com as nossas intenções. Precisamos, afinal, de aprender a manipulá-las, em vez de deixarmos que nos manipulem elas (CALADO, 1994, p.18).

Uma análise crítica e fundamentada no significado da imagem em seu contexto cultural se faz necessária. Assim a cultura visual, enquanto campo de estudo transdisciplinar e além do interesse da pesquisa da produção artística do passado, tem especial atenção nos fenômenos visuais da atualidade, no uso social, afetivo e político-ideológico das imagens e nas práticas culturais que surgem do uso de tais imagens (TOURINHO e MARTINS, 2011). Muitos pesquisadores (antropólogos, historiadores, sociólogos, educadores) sinalizam a necessidade de uma educação imagética que discuta e reflita sobre os discursos da imagem e suas implicações sócio-político-ideológicas, segundo os fundamentos da cultura visual.

A utilização de elementos da cultura visual associada às formas dinâmicas disponibilizadas pelas TIC gerariam recursos que estimulariam e facilitariam a visualização do aluno em determinados contextos. A incontestável presença das TIC em nossas vidas motiva o estudo de muitos pesquisadores em diversas áreas do conhecimento. Na Educação estudos direcionam novas possibilidades relacionadas aos processos de ensino e de aprendizagem (BAIRRAL, 2007).

CAPÍTULO II

USO DE APLICATIVOS DINÂMICOS NO ENSINO DE HOMOTETIA

Toda atividade humana é mediada por alguma tecnologia. Sabemos que a tecnologia por si só não muda a natureza da escola, tampouco, da formação profissional. É preciso que os docentes tenham vontade própria e desenvolvam conhecimento crítico para incorporá-las em seu cotidiano (BAIRRAL, 2009, p.101).

Este capítulo tem como objetivo apresentar nossa proposta para a abordagem do tema homotetia em turmas do 6º e 7º anos do ensino fundamental, cujo conteúdo é frequentemente ministrado no 9º ano deste segmento. Parte dessa proposição também integrou o trabalho de campo da pesquisa, cuja análise será ilustrada no quarto capítulo.

A busca por formas diferenciadas de abordagens de conteúdo que se relacionem com fatos do dia a dia, o entendimento de que alguns conteúdos não podem ser ministrados de maneira estática e o desafio de abordar o tema nessas séries escolares foram algumas das motivações de ordem pessoais para a elaboração desta proposta pedagógica. Lecionar em uma escola que inclui o conteúdo *transformações no plano* em seu planejamento e estimula uma abordagem interdisciplinar foi outro fator que estimulou a escolha do tema.

Elaboramos esse capítulo em quatro subitens assim identificados: o conceito de homotetia; nossa proposição de atividades para o tema; a homotetia no currículo do CAP-UERJ e as aplicações da homotetia em outras áreas do conhecimento.

2.1 O Conceito de Homotetia

A homotetia é uma transformação pontual plana que relaciona a posição da figura original e da figura transformada (pontos, linhas, segmentos) a um ponto específico denominado centro de homotetia. As retas definidas pelos pontos da figura original e os pontos correspondentes ou homólogos da figura homotética concorrem nesse ponto específico. O paralelismo entre os segmentos correspondentes faz com que as medidas angulares sejam preservadas. A razão de proporcionalidade é definida pela comparação entre

as medidas dos segmentos correspondentes (razão de homotetia). A figura 6 identifica os elementos da referida transformação.

Pinheiro (1986), Putnoki (1989), Rodrigues (1997), Jorge (2002), Veloso (2012), enunciam diferentemente o conceito de homotetia. Mesmo assim, podemos visualizar em cada definição os elementos envolvidos, sua posição no plano e a proporcionalidade existente entre a figura original e a figura transformada ou homotética.

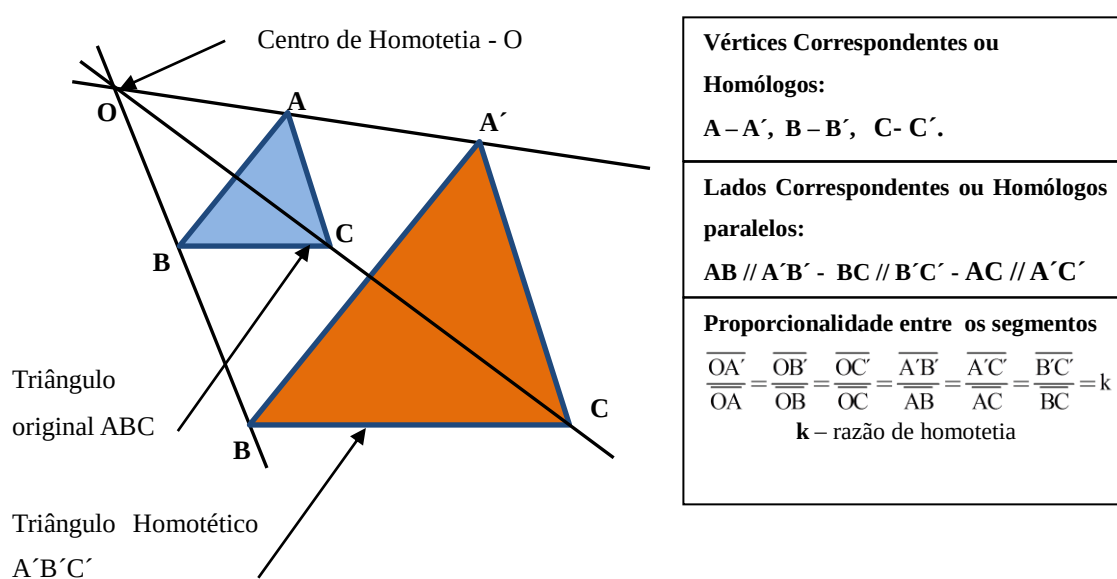


Figura 6 - Elementos da homotetia

Fonte: Elaborado pela autora no Word

O trabalho de Pinheiro, inspirado na obra *Géométrie*²⁶ do matemático francês Emile Lemoine, tem foco na arte das construções geométricas e na representação gráfica das expressões algébricas, ou seja, seu olhar contempla a interação dos conceitos geométricos com a imagem das suas construções. Pinheiro (1986) define homotetia, evidenciando que a razão de homotetia pertence ao conjunto dos números Reais.

Consideremos no plano α um ponto fixo, S , e, no conjunto $\mathbf{R}^*$ dos reais não nulos, um número k . A cada ponto X de α , $X \neq S$, façamos corresponder um ponto $\bar{X}$, estando S , X e $\bar{X}$ alinhados, tenha-se: $\frac{S\bar{X}}{SX} = k, k \in \mathbf{R}^{**}$. Esta lei opera sobre α , uma transformação a que chamamos de *homotetia de centro S e razão k* (PINHEIRO, 1986, p.167).

²⁶ *Géométrie* ou Art des constructions géométriques / par Emile Lemoine. Bibliothèque Nationale de France, département Philosophie, histoire, sciences de l'homme, 8-R-16339(18).

Relation: <http://catalogue.bnf.fr/ark:/12148/cb36049032t>

Putnoki (1989), professor de matemática cujo trabalho se destaca pela conjunção geometria e desenho geométrico, define homotetia através do conceito de “multiplicação do ponto”.

Sejam dados dois pontos distintos A e H sobre uma reta r e um número real $\alpha \neq 0$. **Multiplicar** o ponto A por α , **com centro em** H, é obter um ponto A' sobre r, tal que os segmentos orientados $\overrightarrow{HA}$ e $\overrightarrow{HA'}$ satisfaçam a condição: $\frac{\overrightarrow{HA'}}{\overrightarrow{HA}} = \alpha$, ou ainda, $\overrightarrow{HA'} = \alpha \cdot \overrightarrow{HA}$ (PUTNOKI, 1998, p. 25, grifo do autor).

Rodrigues (1997), professora de desenho do Departamento de Representação Gráfica (BAR) da Escola de Belas Artes da UFRJ, destaca a posição dos pontos correspondentes em relação ao centro de homotetia.

Homotetia é a transformação que associa dois a dois os pontos do plano, de tal modo que pares de pontos correspondentes estão alinhados com um ponto fixo e a razão das distâncias deste ponto fixo aos pares de pontos correspondentes é constante (RODRIGUES, 1997, p. 86).

Jorge (2002), professora graduada em Desenho, Artes Plásticas e Educação Artística, destaca a semelhança entre figuras ao definir a homotetia.

O termo **homotetia** (do grego homo (semelhante) + thétos (colocado) + ia) indica um tipo de transformação de figuras em figuras semelhantes ampliadas ou reduzidas, semelhantemente dispostas (JORGE, 2002, p.117, v.4).

Para Veloso (2012), professor de matemática e pesquisador português, a definição de homotetia está associada à posição do ponto transformado em relação ao centro de homotetia e ao ponto original. Tal posição define a razão de homotetia.

Dados um ponto O e um numero real $k \neq 0$, diz-se dilação²⁷ ou homotetia D, de centro O e factor k, a transformação geométrica que faz corresponder a cada ponto P do plano o ponto $P' = D(P)$, nas seguintes condições:

- $D(O) = O$, isto é, O é ponto fixo para D.
- se $P \neq O$, então $P' = D(P)$ está situado na recta OP e $\frac{\overrightarrow{OP'}}{\overrightarrow{OP}} = |k|$
- conforme k é positivo ou negativo, assim P e P' estão do mesmo lado ou de lados contrários, relativamente ao ponto O (VELOSO, 2012, p. 10).

Não pertencendo ao grupo das isometrias como a simetria central, a simetria axial, a translação e a rotação, a transformação pontual da proporcionalidade (homotetia) pode ser

²⁷ Veloso explica que “a velha homotetia passou a ser apelidada de dilação recentemente, porque passamos a traduzir mais do inglês (*dilation*) do que do francês (*homotetie*)...” (VELOSO, 2012, p.10).

trabalhada com conteúdos correlatos: semelhança entre figuras, escalas gráficas (ampliação e redução), projeções cônicas, ótica geométrica (Figura 7), conforme mostra a seção 3.4 onde são apresentadas aplicações da referida transformação em diferentes áreas do conhecimento.

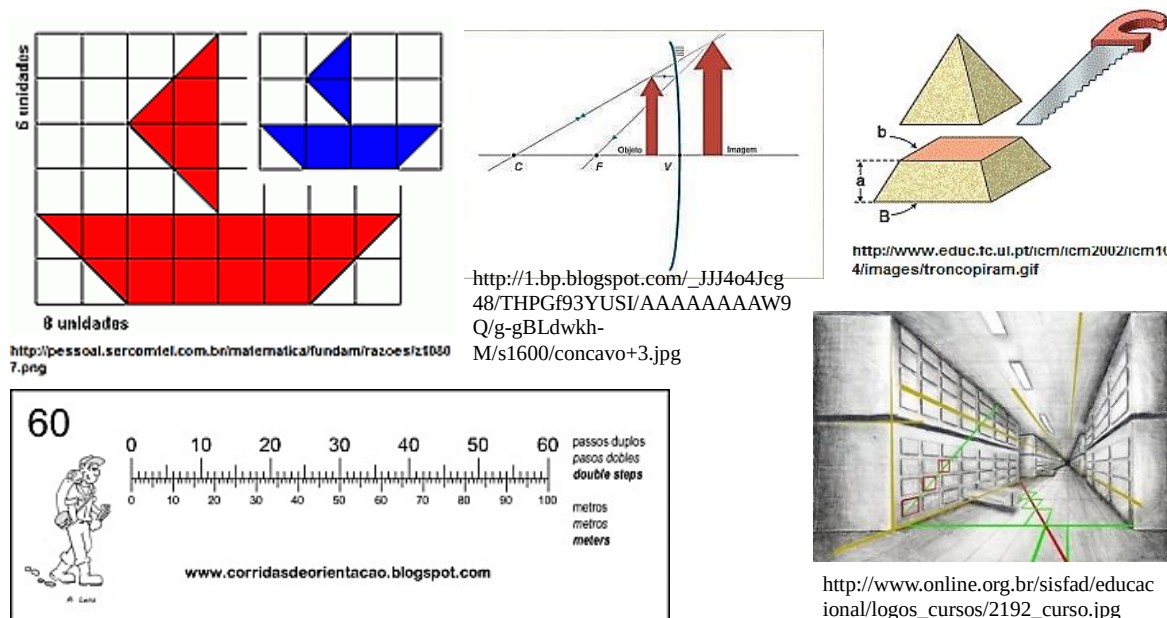


Figura 7 - Aplicações da homotetia.

Fonte: Imagens disponíveis na Internet

2.2 Uma Proposta de Atividades para o Ensino de Homotetia

O objetivo da nossa proposição é abordar o conteúdo homotetia, com alunos do 6º e 7º ano do ensino fundamental, de maneira lúdica e dinâmica, priorizando os aspectos gráficos e a comunicação visual, focos da disciplina Desenho Geométrico no Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira - CAP-UERJ, instituição em que se deu o experimento aqui exposto.

Para Bicudo (1993) a proposta pedagógica em si não configura uma pesquisa, mas pode dar origem a uma ação pedagógica. A ação pedagógica é uma “interferência propositada no contexto educacional, seus desdobramentos precisam ser acompanhados de modo analítico, crítico e reflexivo, alimentando o próprio processo” (BICUDO, 1993, p.21).

A *proposta pedagógica* também não é pesquisa, nem faz parte dos procedimentos que visam à busca inquiridora conduzida a partir da interrogação. Ela é uma *pro-posta*, o que já indica um lançar no tempo futuro (*pro*) o que foi posto, podendo esse *posto* estar presente na construção dos resultados da pesquisa. Pode também dar origem a uma pesquisa, quando, por exemplo, se formula a pergunta: “O que ocorrerá se se colocar a proposta x em funcionamento?”. Nesse caso a pergunta é conduzida mais em modos empíricos. Pode também transformar-se em ação pedagógica (BICUDO, 1993, p. 21).

Entretanto, ao implementar as atividades propostas mediante uma pesquisa de intervenção, podemos observar os desdobramentos das interações professor-aluno e das mediações promovidas pelas atividades planejadas e executadas em recursos dinâmicos.

Para adequar as atividades à faixa etária (11-13 anos), optamos por construir uma proposta que estivesse adequada ao plano de curso do CAp-UERJ, mas que tivesse elementos inovadores, explorando e evidenciando os aspectos gráficos das atividades. Foram elaboradas atividades sequenciadas para identificação de figuras e imagens homotéticas, dos elementos da homotetia, da posição das figuras e imagens no plano em relação ao centro de homotetia, conforme a Quadro 1.

No início do planejamento da implementação da pesquisa de campo pensamos em articular diferentes situações de aprendizagem com os conteúdos da série. Durante o processo de escolha das atividades surgiu a ideia de criar um Blog que pudesse ser um ponto de encontro virtual entre professor e alunos, apresentando sugestões e curiosidades sobre o assunto.

Quadro 1: Planejamento das Atividades da Intervenção em Aula.

N °	Atividade	N° de Aulas	Objetivos	Recursos
I	Forma e deforma	2	Foco em formas e deformações de figuras variadas	- Paint Brush - Paintshop Pro
II	Atividades de exploração e reconhecimento	2	Identificação dos centros de homotetia de figuras homotéticas	- Xerox (ampliação e redução) - <i>Applets</i>
III	Atividades de identificação de diagonais	2	Utilização do método da diagonal como uma estratégia para identificar retângulos homotéticos	-Retângulos e Quadrados de E.V.A. - GeoGebra, - Geoplano (site)
IV	Pantógrafo	2	Foco na razão de ampliação ou redução	Pantógrafos (site)
V	Atividade final: livre escolha do aluno	2 (apresentação)	Capacidade de visualização, representação e síntese do aprendido	Photoshop ou outro editor de imagem
VI	Elemento transversal da comunicação (individual) Construção gradativa do <i>Blog</i> ou Sítio da Internet ou Página no <i>Facebook</i> a cada aula, Registrando impressões e experiências.			

Fonte: Elaborado pela autora

Planejamos trabalhar com atividades dinâmicas (não estáticas). Tanto aquelas executadas em ambientes computacionais, quanto aquelas de natureza manipulativa, por também permitirem uma interação e movimentação mais direta por parte dos aprendizes.

O *blog*²⁸ Homotetia Através de Aplicativos Dinâmicos seria um elemento motivador através de vídeos, imagens, *links* de sites e planilhas dinâmicas, com objetivo de conduzir os alunos à evolução do conceito escolhido para ser desenvolvido: a Homotetia (Figura 8).



Figura 8 - Print da primeira postagem do Blog Homotetia através de Aplicativos Dinâmicos

Fonte: Elaborado pela autora.

Atividade I: Forma e Deforma

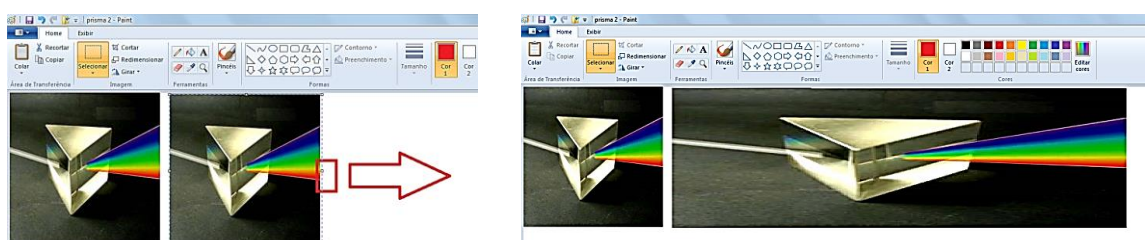
A atividade I foi planejada para ser executada em um editor de imagens simples que já estivesse disponível no computador. Escolhemos o editor de imagens mais elementar do sistema Windows: o Paint, todavia programas similares podem ser utilizados no sistema operacional Ubuntu/Linux: o GPaint, The Gimp e o KolourPaint (BrOffice). O foco da atividade é a observação do formato original das figuras pelos alunos para posterior manipulação das mesmas por distorção, ampliação e redução. E após a manipulação, analisar se as dimensões das imagens obtidas são proporcionais às dimensões da figura original.

²⁸ Disponível em: <http://homotetiacomaplicativosdinamicos.blogspot.com.br>. Acesso em: 28 mar. 2014.

Fragmento do Quadro 1

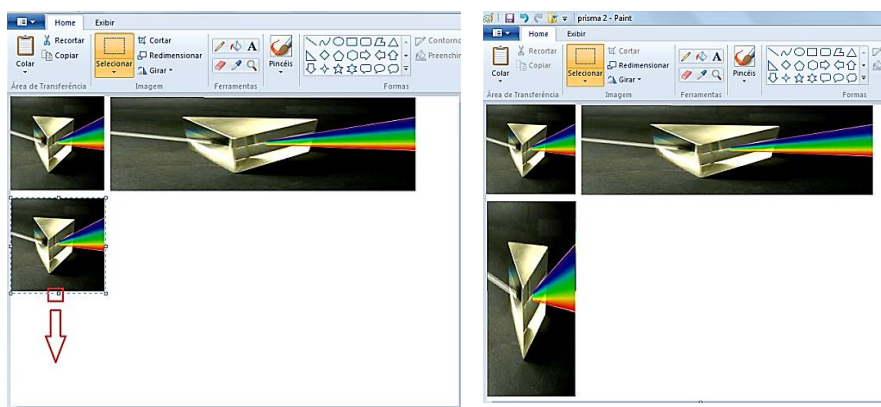
Nº	Atividade	Nº de Aulas	Objetivos	Recursos
I	Forma e deforma	2	Foco em formas e deformações de figuras variadas	- <i>Paint Brush</i> - <i>Paintshop Pro</i>

A atividade consistia em abrir uma imagem no *Paint*, selecioná-la, colar e arrastá-la para o lado da figura original (no mesmo arquivo) para depois “puxar” a imagem copiada pelo comprimento. O formato da imagem obtida deveria ser comparado como a original, conforme Figura 9A e 9B.

Figuras. 9A e 9B – Deformando a imagem no *Paint* horizontalmente

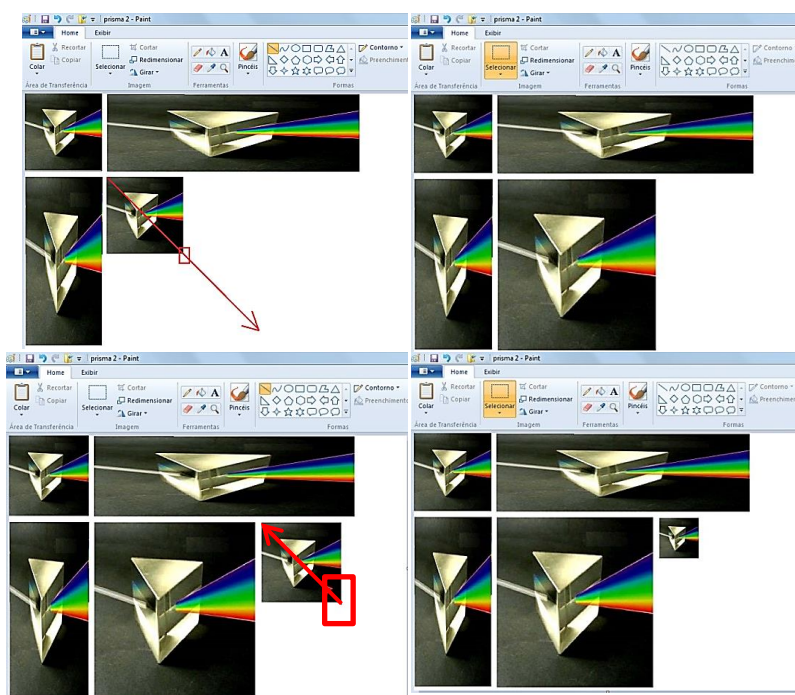
Fonte: Elaborado pela autora

A segunda etapa consistia em selecionar a imagem original, copiar e colar uma segunda cópia da imagem original no mesmo arquivo e “puxar” a imagem obtida apenas pela altura, analisar o resultado obtido (Figuras 9C e 9D).

Figuras. 9C e 9D – Deformando a imagem no *Paint* verticalmente

Fonte: Elaborados pela autora

A terceira etapa consistia em selecionar, copiar e colar uma terceira cópia da imagem original e “puxar” a imagem obtida pela diagonal, pois assim as duas dimensões são manipuladas ao mesmo tempo, gerando a ampliação ou a redução da imagem original (Figuras 9E, 9F, 9G, 9H).



Figuras. 9E, 9F, 9G, 9H – Ampliando e reduzindo a imagem no *Paint* pela diagonal

Fonte: Elaborados pela autora

O *Paint* não reconhece a combinação de teclas *Ctrl+Shift* ou, *Ctrl+Shift+Alt* ou *Shift+Alt*, que amplia ou reduz mantendo a proporcionalidade das figuras, como acontece no *Word* e em outros softwares. Poderíamos utilizar a opção redimensionar²⁹ para ampliar ou reduzir as figuras, entretanto os alunos não visualizariam a ampliação ou a redução pelo recurso da diagonal. Como sugestão para reduzir à metade o tamanho das imagens, utilizando a diagonal e garantir a proporcionalidade entre as imagens trabalhadas podemos utilizar as marcas da seleção, conforme figura 9I, manipulando a imagem pela diagonal até que o novo tamanho coincida com marcas de seleção que indicam a metade da figura original.

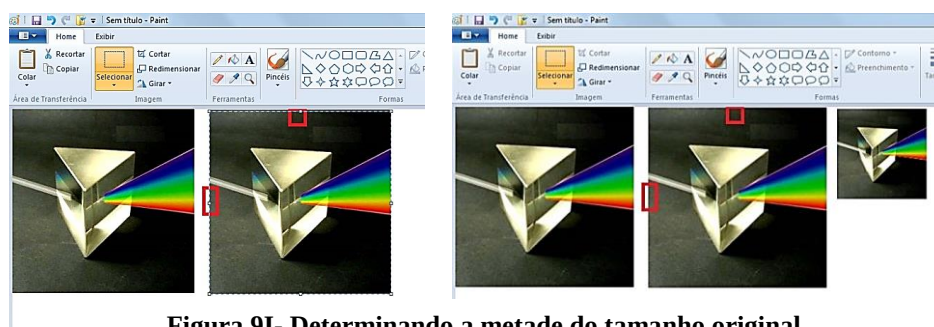


Figura 9I- Determinando a metade do tamanho original.

Fonte: Elaborada pela autora.

Uma sugestão para duplicar o tamanho da imagem original, seria utilizar quatro cópias, colando duas delas alinhadas e adjacentes na horizontal, formando uma linha, e a terceira na vertical, formando uma coluna, alinhada e adjacente à primeira, conforme figura

²⁹ No Windows 7 e 8. No Windows 2000, Vista e XP, disponível no menu imagem (alongar/girar).

9J. A quarta cópia deverá ser manipulada pela diagonal até que fique sobreposta às três imagens anteriores, nos limites de suas bordas.

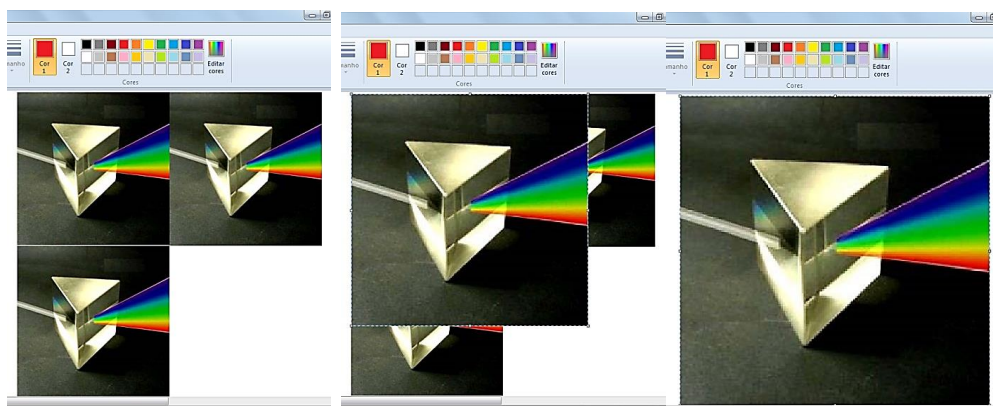


Figura 9J – Duplicando o tamanho original.

Fonte: Elaborada pela autora

Atividade II: Explorando e reconhecendo

Esse bloco de situações de aprendizagem foi planejado para identificação dos elementos da homotetia: o centro, a figura original, a figura transformada, os vértices e lados correspondentes e a posição das figuras no plano em relação ao centro de homotetia.

Fragmento do Quadro 1

Nº	Atividade	Nº de Aulas	Objetivos	Recursos
II	Atividades de exploração e reconhecimento.	2	Identificação dos centros de homotetia de figuras homotéticas	-Xerox (ampliação e redução) - <i>Applets</i>

O objetivo da atividade da ampliação e redução em máquinas fotocopadoras³⁰ (Xerox) era fazer a correlação entre teoria e prática, observando as dimensões entre a imagem ou documento original (que seria ampliado ou reduzido) e a imagem ou documento obtido pela máquina, além do posicionamento que a imagem ou documento original precisa ter em relação ao polo da placa de vidro da fotocopadora (figura 10).

³⁰ Disponível em: <http://homotetiacomaplicativosdinamicos.blogspot.com.br/2013/02/ampliando-por-homotetia.html> Acesso em: 29 mar. 2014

A atividade consiste em obter cópias reduzidas e ampliadas posicionando o documento original no vértice da placa de vidro da copiadora indicado no manual de operação e não posicionando o documento corretamente, observar e analisar as impressões obtidas.

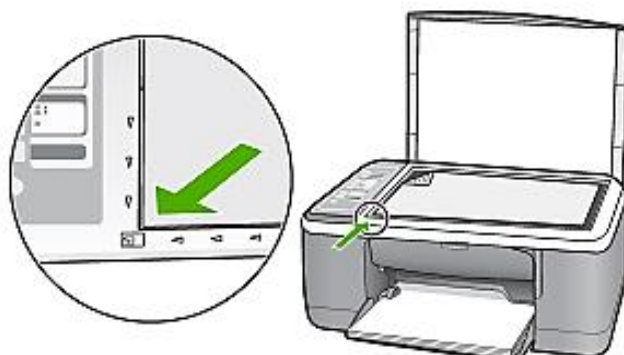


Figura 10 – Imagem do guia do usuário impressora HP Deskjet F4180 All-in-one series, sobre o posicionamento correto do papel na placa de vidro.

Fonte: <http://h10032.www1.hp.com/ctg/Manual/c00905427.pdf>. Acesso em 30 nov. 2013.

O *applet* Triângulos Homotéticos³¹, inserido no blog e desenvolvido no GeoGebra, tem o objetivo de estimular a movimentação do centro de homotetia, analisando a variação das distâncias e o tamanho da figura homotetia em função de sua nova posição (Figura 11). Assim o aluno visualiza que, embora a posição do centro de homotetia mude no plano, a figura gerada por homotetia de centro **O** permanece a mesma, pois a razão de homotetia não é alterada.

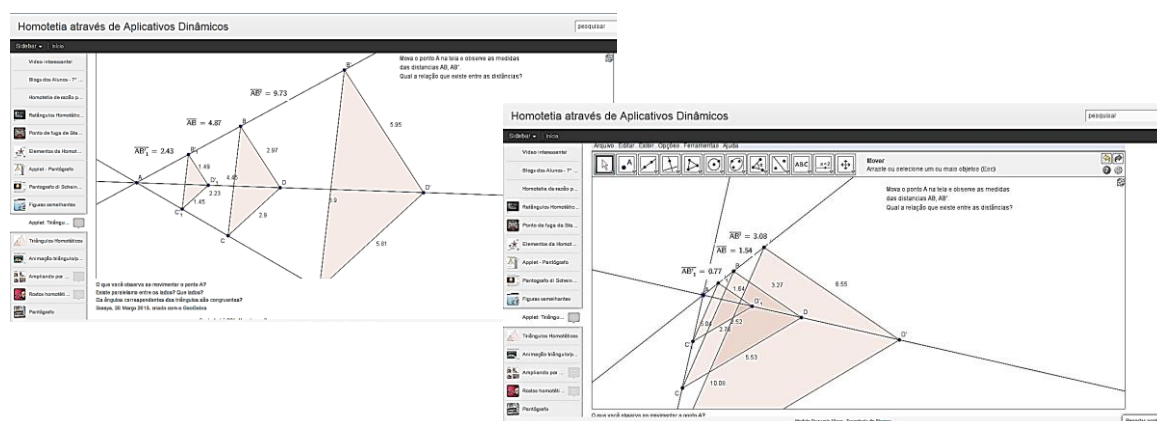


Figura 11 – Movimentando o centro de homotetia - Print da postagem Applet Triângulo do Blog Homotetia através de Aplicativos Dinâmicos

Fonte: Elaborado pela autora

³¹ Disponível em <http://homotetiacomaplicativosdinamicos.blogspot.com.br/2013/03/homotetia-applet-geogebra-planilha-din.html>. Acesso em 29 mar. 2014

Atividade III: O método da diagonal

A atividade III foi elaborada como objetivo de identificar visualmente retângulos homotéticos através do método da diagonal, utilizando como recursos kits de retângulos de emborrachado E.V.A., GeoGebra e Geoplano.

Fragmento do Quadro 1

Nº	Atividade	Nº de Aulas	Objetivos	Recursos
III	Atividades de identificação de diagonais	2	Utilização do método da diagonal como uma estratégia para identificar retângulos homotéticos	- Retângulos e Quadrados de EVA - GeoGebra - Geoplano (site)

Kits com cinco retângulos feitos em emborrachado E.V.A.³² de cores distintas (Figura 12) foram montados para que os alunos pudessem manipulá-los, verificar o tamanho dos seus lados e observar a proporcionalidade entre seus lados.

Consideramos atividades dinâmicas aquelas que permitem manipulação, sejam ou não executadas em um software de geometria dinâmica. Assim a natureza manipulativa do *kit* de retângulos emborrachados E.V.A. o torna dinâmico.

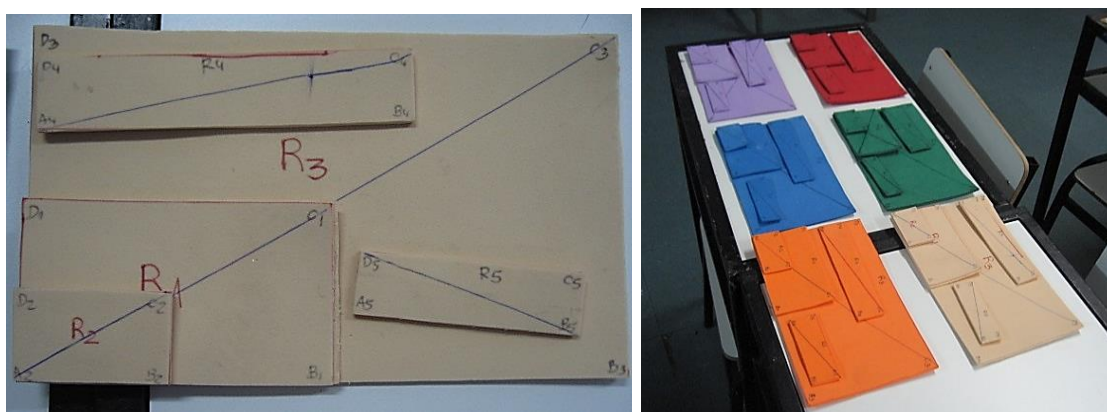


Figura 12 – Kit de Retângulos em E.V.A.

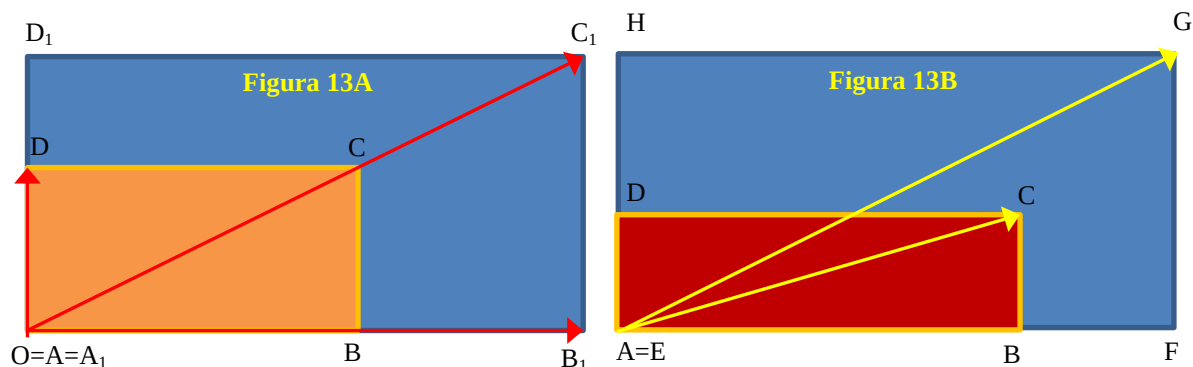
Fonte: Registro fotográfico da pesquisa de campo.

³² A placa de emborrachado E.V.A. é composta por uma resina termoplástica derivada do petróleo denominada: Etil Vinil Acetato, sendo muito utilizada por artesãos, artistas e professores da Educação Infantil, por ser macio, liso, leve e fácil de ser manuseado.

A atividade foi elaborada em duas etapas: na primeira os alunos deveriam comparar as medidas dos lados dos retângulos e verificar quais retângulos possuíam medidas proporcionais; na segunda os alunos deveriam verificar a proporcionalidade pela sobreposição de dois lados consecutivos dos retângulos e comparar a posição do vértice livre em relação às diagonais dos retângulos sobrepostos, ou seja, uma homotetia de centro no vértice A, ponto de interseção dos lados consecutivos sobrepostos (figura 13A). Para orientar a observação os grupos deveriam seguir o roteiro da folha de atividades 2 – FAT-2 (Apêndice 1).

A figura 13A mostra que nos retângulos com lados proporcionais (multiplicados ou divididos pelo mesmo número ou fator), com sobreposição dos lados AD e A1D1 e AB e A1B1, a diagonal AC coincide com a diagonal AC1, reproduzindo uma homotetia direta e de ampliação, cujo centro O coincide com os vértices A e A1 dos retângulos ABCD e A1B1C1D1 analisados.

A figura 13B mostra que nos retângulos onde a proporcionalidade entre os lados não existe, ao sobrepor os lados consecutivos AD e EH e AB e EF, as diagonais AC e EG não ficam coincidentes. Com este recurso, podemos comparar visualmente a proporcionalidade entre as dimensões de figuras diversas.



Figuras 13A e 13B – Verificação da proporcionalidade dos retângulos pela posição da diagonal dos retângulos sobrepostos.

Fonte: Elaborado pela autora

O kit de retângulos de E.V.A. pode ser substituído eventualmente pelo Geoplano.

O Geoplano (Figura 14) é um antigo recurso utilizado para auxiliar no desenvolvimento de conteúdos de geometria e álgebra, tais como ângulos, polígonos, simetrias, rotação, translação, perímetro, área, frações, etc. Seu caráter dinâmico manipulativo permite verificar conjecturas, auxiliando na visualização e posterior abstração de conceitos.

Desenvolvido em 1961 pelo professor Caleb Gattegno, do Instituto de Educação da Universidade de Londres, constituía-se originalmente de uma malha quadrada de pregos (1x1)

fincados em uma placa de madeira. Atualmente apresenta versões físicas de formatos variados e versões virtuais³³

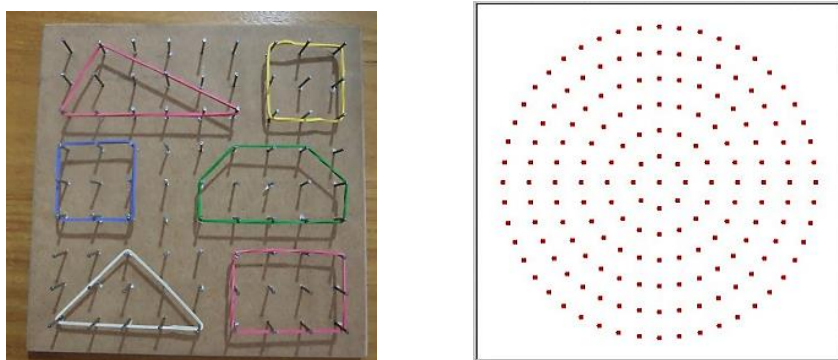


Figura 14 – Geoplano quadrado e circular

Fonte: Disponíveis em: <http://odin.mat.ufrgs.br/matematicando/imagens/geoplano10.jpg>
http://3.bp.blogspot.com/-hRCDtRJ3Xcg/TeKRtw_ncJI/AAAAAAAAAHA/wXWB6uD0nCU/s1600/3.jpg
 Acesso em: 29 mar. 2014.

O Geoplano físico (Figura 14) ou virtual (Figura 15) pode ser uma opção para desenvolver atividades semelhantes a do *kit* de retângulos de E.V.A. Utilizando elásticos coloridos, podemos delimitar as regiões de retângulos de tamanhos distintos de maneira que dois lados consecutivos de cada retângulo fiquem sobrepostos e fazendo coincidir os vértices comuns aos lados, conforme a posição descrita na atividade II, e verificar pelo método da diagonal se eles são proporcionais e consequentemente homotéticos.

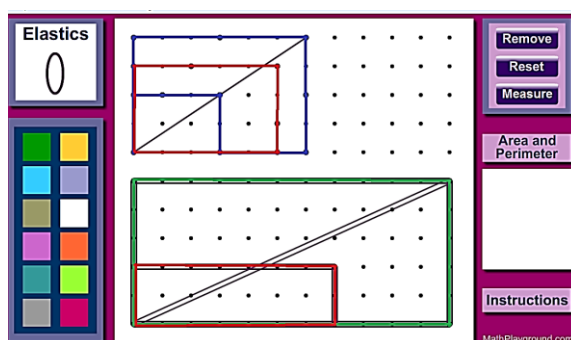


Figura 15 – Geoplano virtual - Print da tela do applet.

Fonte: Disponível em: http://escolovar.org/mat_geometri_geoplano.mathplay.swf. Acesso em: 29 mar. 2014

³³ Disponível em: <http://www.inf.ufsc.br/~edla/projeto/geoplano/software.htm> Acesso em: 29 mar. 2014.
 Disponível em: http://escolovar.org/mat_geometri_geoplano.mathplay.swf. Acesso em: 29 mar. 2014.

Atividade IV: Pantógrafos

O pantógrafo³⁴ de Scheiner é um instrumento que amplia ou reduz proporcionalmente desenhos, a partir de uma articulação em forma de paralelogramos. Os princípios matemáticos que regem o funcionamento dos pantógrafos partem da teoria de Descartes sobre os paralelogramos e inspiraram o padre jesuíta alemão Christofer Scheiner³⁵, em 1603, a desenvolver o instrumento para utilização em diferentes âmbitos.

Ao estimular a execução de atividades com pantógrafos os alunos podem visualizar os elementos da homotetia e as distâncias compreendidas entre os vértices da figura original e os vértices correspondentes da figura homotética; consequentemente, visualizar a natureza da razão de homotetia (de ampliação ou de redução) em função da localização do ponteiro e do traçador no pantógrafo, conforme ilustrado na figura 16.

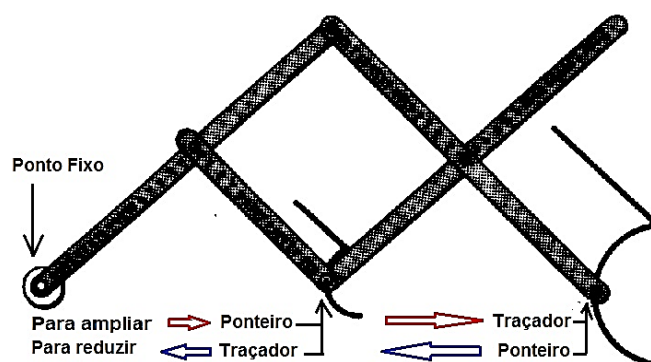


Figura 16 - Posição do ponteiro e do traçador no pantógrafo para ampliação e redução.

Fonte: Adaptado pela autora da imagem original disponível em: <http://stor.no.sapo.pt/images/semelhancas/sem216.gif>. Acesso em: 15 mar. 2014

Esse bloco de situações foi elaborado como objetivo de reconhecer figuras homotéticas ampliadas ou reduzidas em função de uma razão de homotetia, utilizando *applets* de pantógrafos virtuais do site³⁶ do *Museo Universitario di Storia Naturale e della Strumentazione Scientifica Università degli studi di Modena e Reggio Emilia*.

³⁴ Além dos pantógrafos de desenho existem os pantógrafos mecânicos, que são máquinas da família das fresadoras, cuja função é reproduzir gravações para estampos de moedas, medalhas, placas com textos etc. Também são denominadas de fresadora pantográfica, fresadora pantógrafo ou fresa gravadora.

³⁵ Disponível em:

<http://www.macchinematematiche.org/cataoghi/occhioemano/catalogoweb/approfondimenti/SCHEINER.pdf>

Acesso em: 15 mar. 2014

³⁶ Disponível em: http://www.museo.unimo.it/theatrum/macchine/_00the.htm. Acesso em: 15 mar. 2014.

Fragmento do Quadro 1

Nº	Atividade	Nº de Aulas	Objetivos	Recursos
IV	Pantógrafo	2	Foco na razão de ampliação ou redução	Pantógrafos (site)

Escolhemos trabalhar com os *applets* da seção 3 da mostra "*Theatrum Machinarum*" (*strumenti per la geometria*) do site acima citado, devido ao formato da apresentação, assim como o caráter interdisciplinar, integrador e dinâmico da exposição das máquinas, embora o conteúdo sobre pantógrafos seja mostrado em outros sites, conforme apêndice 1.

O kit "*TRASFORMAZIONI*" e as perguntas do arquivo "*Livello Base*"³⁷ disponibilizado pelo site *Associazione Macchine Matematiche* inspiraram as questões da folha de atividades 8 relativas à análise e a construção das estruturas de pantógrafos de naturezas diversas: de translação, de simetria axial, de simetria central, de rotação, de homotetia e de estiramento, conforme mostra a figura 17.

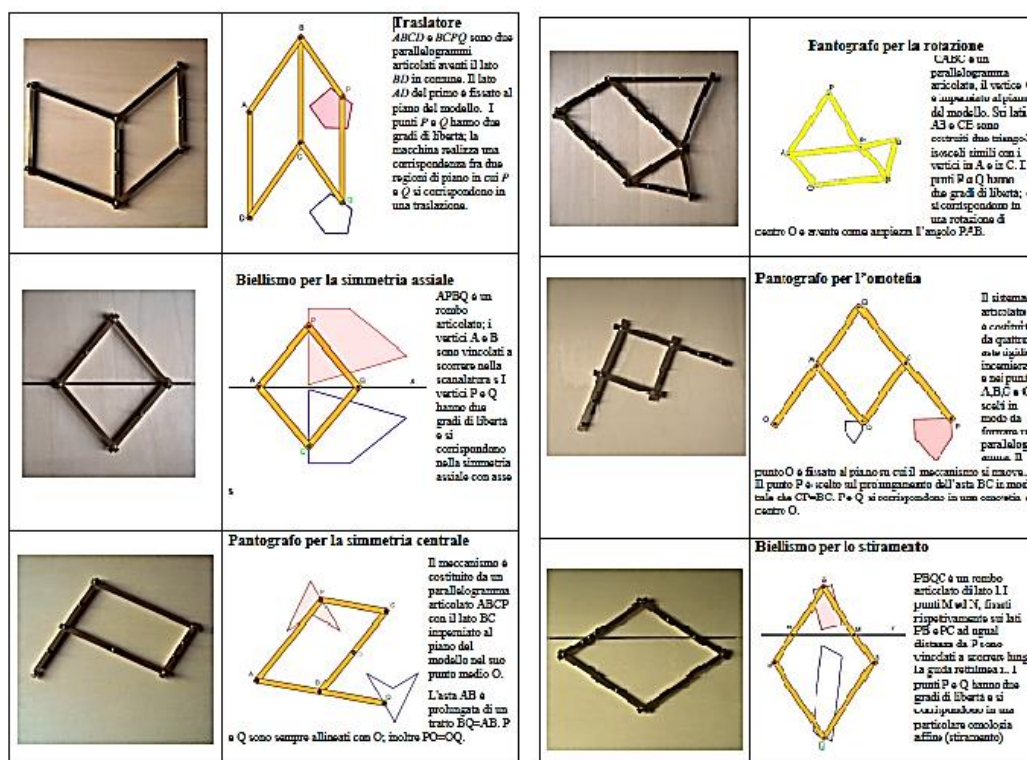


Figura 17- Kit "Transformazioni"

Fonte: Disponível em: <http://www.macchinematematiche.org/images/kit/kit%20nuovi.pdf>. Acesso em: 15 mar. 2014

³⁷ Disponível em http://www.macchinematematiche.org/images/visite_laboratorio/Omotetia_Base.pdf. Acesso em 22 fev. 2014

O kit “*Transformazioni*” mostra as peculiaridades da construção das estruturas cada instrumento, conforme as descrições a seguir. Cada pantógrafo possui uma estrutura particular, responsável pela representação da figura original, segundo um tipo de transformação pontual específica.

O pantógrafo de translação, mostrado na figura 18, é formado por dois paralelogramos ABCD e BCPQ articulados com o lado BC em comum. O lado AD precisa estar fixo ao plano que apoia o pantógrafo para execução do desenho. A estrutura articulada cria uma correspondência entre duas regiões do plano, fazendo com que os pontos P (ponteiro) e Q (traçador) se desloquem definindo uma translação, de vetor PQ.

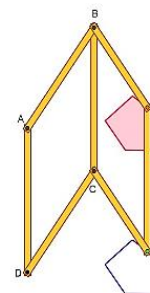


Figura. 18 – Pantógrafo de Translação.

Fonte: Kit “*Transformazioni*”

No pantógrafo de simetria axial ou reflexão (Figura 19), o polígono APBQ é um losango (rombo) articulado, em que os vértices A e B, que definem uma de suas diagonais, são obrigados a deslizar em uma ranhura do plano que o apoia para execução do desenho (eixo da simetria $\underline{s}$). Os vértices P (ponteiro) e Q (traçador), que definem a outra diagonal perpendicular a AB, ao se deslocarem no plano determinam desenhos que correspondem à simetria axial.

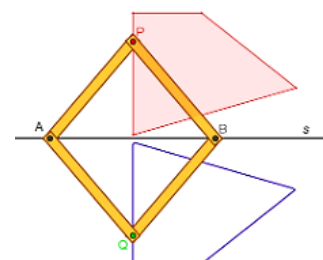


Figura 19 – Pantógrafo de Simetria Axial ou Reflexão

Fonte: Kit “*Transformazioni*”

O mecanismo do pantógrafo de simetria central, também chamado de meio giro (Figura 20), é constituído por um paralelogramo ABCP articulado. O ponto médio do lado BC (O) precisa estar fixo ao plano que apoia o pantógrafo para execução do desenho. A haste AB onde fica o traçador Q é prolongada de modo que a distância de BQ seja congruente a AB ($BQ = AB$). Pela construção do sistema articulado, os pontos P (ponteiro) e Q (traçador) estarão sempre alinhados com O, que será equidistante de P e Q ($PO = OQ$).

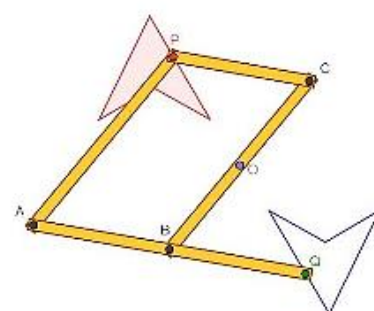


Figura 20 – Pantógrafo de Simetria Central ou Meio Giro

Fonte: Kit “*Transformazioni*”

O pantógrafo para rotação (Figura 21) é formado por um paralelogramo OABC articulado com dois triângulos isósceles semelhantes com vértices nos pontos A, B, P e B, C, Q. O vértice O (centro de rotação) precisa estar afixado ao plano que apoia o pantógrafo para a execução do desenho. Os pontos P (ponteiro) e Q (traçador) irão girar em relação ao ponto O, obtendo figuras por rotação de amplitude ou ângulo $\widehat{PAB}$.

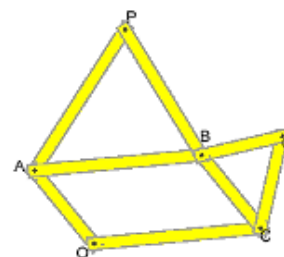


Figura 21 – Pantógrafo de Rotação

Fonte: Kit “Transformazioni”

No pantógrafo para homotetia (Figura 22), o sistema articulado é constituído por quatro hastes rígidas articuladas nos pontos A, B, C e Q escolhidos de modo a formar um paralelogramo. A posição de A na haste OB e de C na haste BP definem o tamanho da ampliação ou redução das figuras (razão de homotetia). O ponto O (centro de homotetia) fixa o pantógrafo ao plano que o apoia para a execução do desenho. Ao se deslocarem no plano, os pontos correspondentes P (ponteiro) e Q (traçador) irão desenhar figuras homotéticas de centro O e razão OQ/OP (redução). Se invertermos as posições do ponteiro (P) e do traçador (Q), a razão será de ampliação.

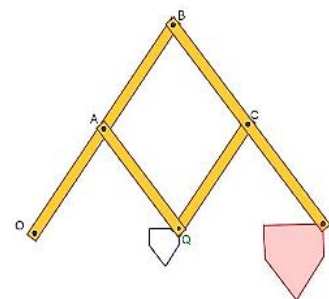


Figura 22 – Pantógrafo de Homotetia

Fonte: Kit “Transformazioni”

A folha de acompanhamento de atividade 8 foi elaborada em um arquivo do editor de texto *Word* disponível na área de trabalho de cada computador do LEDEN, com questões que visavam estimular a observação e a reflexão sobre a constituição dos pantógrafos. Procuravam também instigar a manipulação dos *applets* dos pantógrafos pelos alunos de maneira que fossem observadas as características das figuras geradas: posição, tamanho dos lados, abertura de ângulos, etc. Apesar de suas características próprias, as perguntas propostas foram as mesmas para todos os pantógrafos, e se relacionavam com a estrutura, a montagem, o funcionamento e a função dos pantógrafos, conforme o Quadro 2.

Quadro 2 . Folha de acompanhamento de atividade nº 8 (FAT-8)

Folha de acompanhamento de atividade nº 8 - Pantógrafos. Nome: _____ nº. _____ Turma: _____ Data: _____ Atividades de manipulação e análise pantógrafos - Site <i>Associazione Macchine Matematiche</i> Mantenha a tecla CTRL pressionada e clique nos links dados a seguir para ter acesso aos <i>Applets</i> de manipulação de cada pantógrafo. http://www.macchinematematiche.org/index.php?option=com_content&view=article&id=75&Itemid=152 Observe as imagens dos pantógrafos, o modelo dinâmico do site e responda às perguntas a seguir. http://www.macchinematematiche.org/images/macchine/trasformazioni/simulazioni/traslatore.html	
<u>Parte 1 - Estrutura do pantógrafo.</u> 1.1 Quantas hastes compõem o pantógrafo? <i>Observe o tamanho de cada haste do pantógrafo (AB,BC,CD,AD). São congruentes? Quais são as que possuem o mesmo tamanho?</i> 1.2 Que figura geométrica é formada pelas hastes ABCD e BCQP? <i>No pantógrafo há alguns vértices fixos (no plano ou forçados a se mover de uma determinada maneira - vértices limitados) e outros livres para se mover no plano (vértices livres).</i> 1.3 Quais são os vértices livres? 1.4 Quais são os vértices limitados? 1.5 Por que são limitados? <u>Parte 3 - Como o pantógrafo trabalha?</u> 3.1 Que características do pantógrafo permitem a manutenção da relação entre os pontos <u>P</u> e <u>Q</u>? 3.2 Justifique a resposta.	<u>Parte 2 - O que o pantógrafo faz?</u> <i>Os dois vértices, que estão livres para se mover no plano (apenas em uma parte do plano) são chamados de marcador e o ponteiro. No pantógrafo, <u>P</u> é o ponteiro e <u>Q</u> é o traçador.</i> - Manipule o pantógrafo no site e observe. 2.1 Se o ponteiro P descrever um segmento (com determinado comprimento), que figura que o traçador Q desenhará? 2.2 Compare o tamanho, forma e posição das figuras desenhadas pelo ponteiro e traçador. Possuem o mesmo tamanho? São semelhantes? 2.3 Quando o ponteiro P corre ao longo da forma de uma figura, o marcador Q corre ao longo da forma da figura correspondente, no mesmo sentido ou não? 2.4 Se o ponteiro P segue uma curva ou descreve uma figura, em seguida o traçador Q desenha uma curva ou uma forma de _____. 2.5 Se existisse no plano um ponto <u>R</u> e fosse necessário determinar o ponto <u>S</u> correspondente pelo traçador, como o ponto S poderia ser obtido a partir do ponto R, sem o uso do pantógrafo? 2.6 Que transformação é executada pelo pantógrafo?

Fonte: elaborada pela autora, inspirada no Kit “TRANSFORMAZIONI”.

Nos quadros 3A, 3B e 3C organizamos as perguntas relativas a cada etapa da atividade 8 e seus respectivos objetivos específicos.

Quadro 3A – Objetivos da folha de atividades 8 – parte 1

Estrutura do Pantógrafo		
Nº	Pergunta	Objetivo
1.1	Quantas hastes compõem o pantógrafo?	Verificar o número de hastes da estrutura de cada pantógrafo.
1.2	Que figura geométrica é formada pelas hastes ABCD e BCQP?	Identificar as figuras geométricas definidas pelas hastes.
1.3	Quais são os vértices livres?	Identificar os pontos que se movimentam livremente.
1.4	Quais são os vértices limitados?	Identificar os pontos que se movimentam através do movimento de outros.
1.5	Por que são limitados?	Analisar o motivo da limitação de movimento de alguns vértices.

Fonte: Elaborado pela autora

Observando a estrutura dos pantógrafos, as perguntas da primeira parte da atividade, visam estimular a observação dos seguintes elementos:

- tamanho das hastes, posição relativa e identificação das hastes congruentes;
- identificação e classificação dos polígonos formados pelas hastes;
- pontos fixos e pontos móveis, pontos responsáveis pela reprodução da figura desenhada;
- pontos que precisam ser articulados e o porquê de tal necessidade.

Quadro 3B – Objetivos da folha de atividade 8 – parte 2

O que o pantógrafo faz?		
Nº	Pergunta	Objetivo
2.1	Se o ponteiro P descrever um segmento (com determinado comprimento), que figura que o traçador Q desenhara?	Observar o movimento que o ponteiro e o traçador fazem ao se movimentarem no plano e a figura desenhada resultante desse movimento.
2.2	Compare o tamanho, forma e posição das figuras desenhadas pelo ponteiro e traçador. Possuem o mesmo tamanho? São semelhantes?	Verificar a semelhança entre as figuras original e desenhada. Comparar as dimensões da figura original com as da figura desenhada.
2.3	Quando o ponteiro P corre ao longo da forma de uma figura, o marcador Q corre ao longo da forma da figura correspondente, no mesmo sentido ou não?	Observar o sentido do movimento feito pelo ponteiro e pelo traçador.
2.4	Se o ponteiro P segue uma curva ou descreve uma figura, em seguida o traçador Q desenha uma curva ou uma forma de _____.	Analisar a dimensão e formato do desenho obtido pelo pantógrafo.
2.5	Se existisse no plano um ponto R e fosse necessário determinar o ponto S correspondente pelo traçador, como o ponto S pode ser obtido a partir do ponto R, sem o uso do pantógrafo?	Descrever a sequência de traçados para obter o desenho sem o auxílio do pantógrafo.
2.6	Que transformação é executada pelo pantógrafo?	Identificar a transformação pontual executada pelo pantógrafo.

Fonte: Elaborado pela autora

As perguntas da segunda parte da atividade relativas ao movimento dos pantógrafos objetivam a observação e a análise dos tópicos abaixo relacionados:

- forma, tamanho e posição das linhas ou segmentos feitos pelo ponteiro (ponta seca que passa por cima do contorno da figura original) e pelo traçador (ponta que executa o desenho a partir da figura original);
- identificação de figuras semelhantes;
- descrição dos traçados necessários à execução das figuras transformadas sem a utilização do pantógrafo;
- identificação da transformação pontual executada por cada pantógrafo.

Quadro 3C – Objetivos da folha de atividades 8 – parte 3

Como o pantógrafo trabalha?		
Nº	Pergunta	Objetivo
3.1	Que características do pantógrafo permitem a manutenção da relação entre os pontos <u>P</u> e <u>Q</u> ?	Observar a relação entre as hastes congruentes e sua posição relativa no conjunto.
3.2	Justifique a resposta.	Correlacionar as características das figuras original e transformada com as propriedades estruturais do pantógrafo

Fonte: Elaborado pela autora

As perguntas relativas ao trabalho dos pantógrafos, terceira parte da atividade, tinham como meta:

- a verificação da posição relativa das hastes;
- a identificação das características e propriedades dos polígonos formados pelas hastes;
- a análise do movimento simultâneo do ponteiro e do traçador para definição da figura transformada.

Atividade V: Atividade de livre escolha

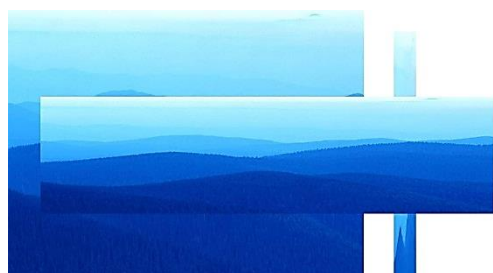
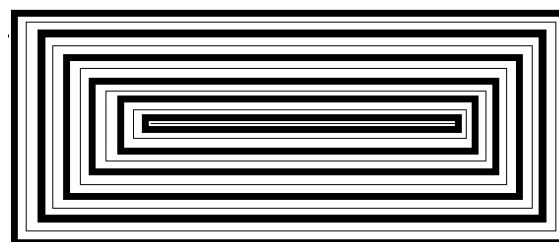
O quinto bloco de atividades foi planejado para integrar os conceitos desenvolvidos nas atividades anteriores em uma composição feita em um editor de imagens: *Photoshop*, *Paint Shop Pro* e o próprio *Paint*. Embora o *Word* seja um editor de texto, podemos utilizar seus recursos gráficos para elaborar composições simples.

Esse registro poderia reunir as atividades de cada aluno (ou dupla de alunos) em uma única composição ou cada aluno poderia elaborar uma composição com elementos inéditos, mas que estejam relacionados ao tema das atividades anteriores.

Fragmento do Quadro 1

Nº	Atividade	Nº de Aulas	Objetivos	Recursos
V	Atividade final: livre escolha do aluno	2 (apresentação)	Capacidade de visualização, representação e síntese do aprendizado.	<i>Photoshop</i> ou outro editor de imagem livre etc.

Nesse contexto, esse bloco de atividades pode assumir um caráter avaliativo, embora a avaliação possa ser feita ao longo do processo (continuada). Juntamente com o Blog, a composição gráfica final pode ser entendida como um momento de culminância, reunindo e sintetizando graficamente todo o conteúdo desenvolvido e vivenciado nos blocos de atividades anteriores. As imagens das figuras abaixo mostram exemplos de composições feitas por alunos em aula. A figura 23 mostra composição com imagens distorcidas e a figura 24 mostra uma composição com retângulos. Em ambas os elementos gráficos foram manipulados e organizados segundo os critérios estéticos de seus autores.

Figura 23: *Paint* – Cat 73Figura 24: *Paint* – May e Pud 74

Fonte: arquivos da pesquisa de campo da autora.

Atividade VI: Um sítio, blog ou grupo no *Facebook*.

O VI bloco de atividades consiste em organizar um sítio ou blog da Internet ou grupo no *Facebook*, onde seriam publicados assuntos pesquisados acerca do tema, curiosidades e as atividades executadas pelos alunos. Foi planejado para ser um veículo de comunicação entre alunos e professor durante as atividades, mostrando a evolução do conceito estudado e a impressão e expressão de cada aluno ou grupo de alunos sobre o tema desenvolvido.

Pesquisadores comprovam o potencial educativo desses recursos (BITENCOUT, 2005; BAIRRAL, 2007 e 2009), devido a sua natureza interativa e integrada, extrapolando os limites físicos da sala de aula.

Fragmento do Quadro 1

Nº	Atividade	Nº de Aulas	Objetivos	Recursos
VI	Elemento transversal da comunicação (individual) Construção gradativa do Blog ou Sítio da Internet ou Página no <i>Facebook</i> a cada aula, registrando impressões e experiências.			

Esse conjunto de atividades, tais quais as atividades do bloco V, também pode ser utilizado pelo professor como recurso auxiliar para a avaliação. A figura 25 mostra um *blog* elaborado por um aluno do 7º ano.



Figura 25 – Blog de aluno do 7º ano.

Fonte: Disponível em <http://aprendendohomotetialegal.blogspot.com.br/> Acesso em 02 mar. 2014

A criação de um grupo no *Facebook* também pode ser uma opção ricamente interativa para pesquisa e troca de informações.



Figura 26 – Grupo Estudos de Homotetia – 7º ano CAP-UERJ.

Fonte: Disponível em <https://www.facebook.com/groups/196773607140061/> Acesso em 02 mar. 2014.

A autora criou o grupo Estudos de Homotetia - 7º ano CAP-UERJ, formado pelos pesquisadores e pelos alunos das turmas onde foi realizada a pesquisa de campo. A figura 26 mostra a foto de capa do grupo no *Facebook* com 69 membros inscritos.

2.3 A Homotetia no Currículo do CAP-UERJ

O Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira - CAP-UERJ é uma instituição pública de ensino, vinculada à Universidade do Estado do Rio de Janeiro, cujos objetivos principais são: a formação docente inicial e continuada e a promoção de educação básica de qualidade, de atividades de pesquisa em ensino e educação, de extensão universitária e da cultura do município e do estado do Rio de Janeiro.

No currículo do CAP-UERJ, a homotetia é trabalhada na disciplina Desenho, no 7º ano do ensino fundamental, com as demais transformações pontuais (simetria central, simetria axial, translação e rotação), utilizando razões simples associadas aos termos metade ($r=1/2$), mesmo tamanho ($r=1$), dobro ($r=2$) e triplo ($r=3$). No 9º ano o conteúdo é retomado e trabalhado em conjunto com a divisão gráfica de segmentos em partes iguais e proporcionais, utilizando razões próprias ou impróprias³⁸, positivas ou negativas (aplicações do teorema de Tales³⁹). A figura 27 mostra um exemplo de homotetia do triângulo ABC, de centro O e razão imprópria $7/3$.

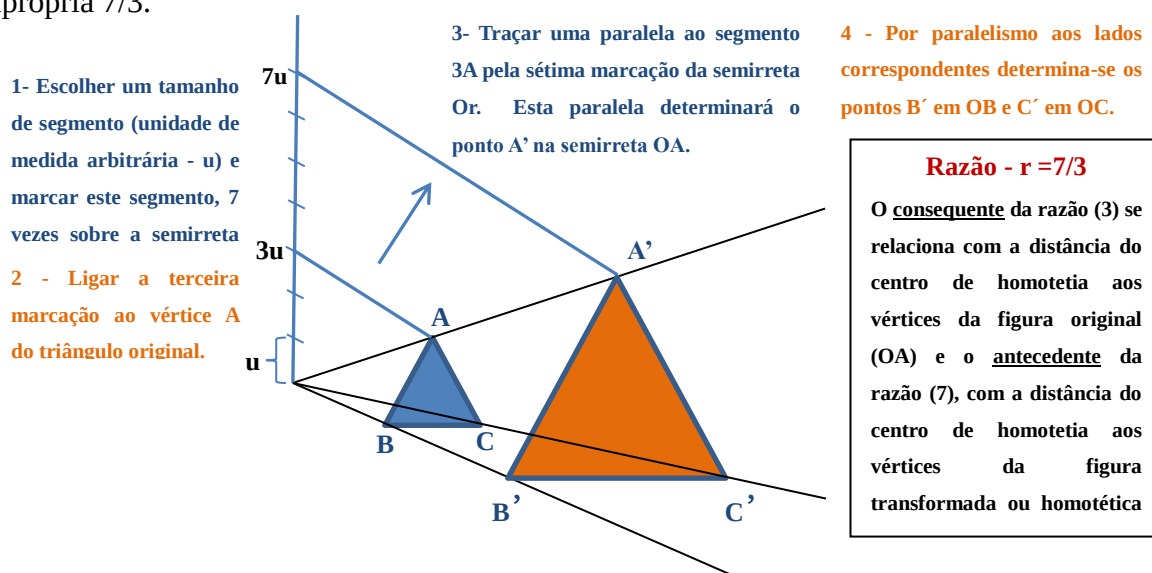


Figura 27 – Homotetia do triângulo ABC, de centro O e razão $7/3$.

Fonte: Elaborado pela autora no editor de texto Word

³⁸ Vide vídeo sobre o tema no You Tube disponível em http://www.youtube.com/watch?v=y_z1rfO_wMo Acesso em 02 mar. 2014

³⁹ Vide vídeo do Novo Telecurso Ensino Fundamental - aula 47, disponível no You Tube <http://www.youtube.com/watch?v=sNAEqGG4ec8>. Acesso em 02 mar. 2014

Na disciplina Matemática, através do projeto Matemática Viva (1992 a 2006), o conteúdo *transformações geométricas* foi desenvolvido no 7º ano do ensino fundamental (antiga 6ª série). O interesse pela homotetia era especial, pois seria utilizado como um recurso auxiliar para a visualização do conceito de multiplicação de números relativos, através de composições de figuras homotéticas apenas com razões positivas, composições de figuras homotéticas de razões positivas e negativas e composições de figuras homotéticas apenas com razões negativas.

O Projeto de Pesquisa Matemática Viva do CAP-UERJ, coordenado pela professora Mônica Rabello de Castro, tinha o objetivo de trabalhar “conteúdos matemáticos interconectados” (GOMES e CASTRO, 2004), através de jogos e de atividades integradas. Na visão do corpo docente do CAP-UERJ da época, esse projeto se mostrou muito interessante, principalmente com as séries iniciais do segundo segmento do ensino fundamental, atuais 6º e 7º anos, devido à abordagem diferenciada do conteúdo.

Na introdução do Caderno de Matemática da 6ª série, Castro et al (2002) explicam a proposta do projeto de pesquisa Matemática Viva, convidando o aluno a refletir sobre matemática em situações motivadas pela curiosidade e pelo desafio.

Este livro ainda está em sua segunda versão. Ele não é um livro de escola, tal como você conhece, que você usa para fazer exercícios em casa. Ele foi escrito para que você tenha situações interessantes para fazer Matemática na escola. Portanto, ele é mais um caderno de aula do que um livro texto. Ele foi pensado para que você escreva um pouco da sua experiência matemática nestas páginas, para que ele se transforme no seu livro de Matemática. É uma tentação para que você reflita sobre situações matemáticas desafiadoras. Não de uma maneira trivial, corriqueira, mas essencialmente curiosa e gostosa. Aventure-se a descobrir, ou imaginar, o que ninguém sabe, o que ninguém pensou. E o melhor de tudo: desfrute o prazer de dividir com seus companheiros aquilo que até então era só seu (CASTRO et al, 2002, p.v).

Atualmente, mesmo com a conclusão do referido projeto de pesquisa, algumas atividades oriundas do projeto ainda estão sendo trabalhados no ensino fundamental.

Gomes, Castro e David (1992); Oliveira e David (2003); Gomes e Castro (2004); Gomes et al (2007); David e Izar (2008) discorrem sobre como a homotetia pode auxiliar o entendimento da multiplicação de números relativos.

A figura 28 utiliza uma composição de homotetias diretas para mostrar que ao multiplicar as distancias definidas pelo centro de homotetia (F) até os vértices do triângulo original (cinza) pelas razões positivas r_1 , r_2 e r_3 , os triângulos homotéticos resultantes (azul, vermelho e verde) ficam posicionados no mesmo lado do triângulo original.

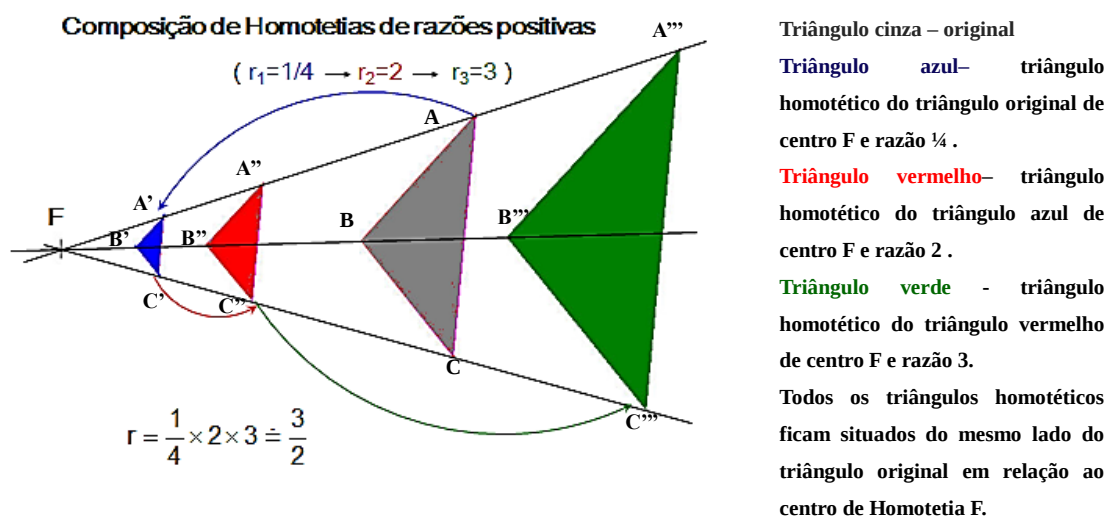


Figura 28 – Composição de homotetias de razões positivas.

Fonte: Elaborado pela autora.

Para visualizar que a multiplicação de dois números positivos resulta em outro número positivo, utilizamos uma figura posicionada em relação a um ponto exterior (centro de homotetia). Multiplicamos as distâncias, definidas pelo centro de homotetia aos vértices da figura, pelo primeiro número dado (razão de homotetia = $1/4$), determinando as novas distâncias do ponto exterior aos pontos que serão os vértices da figura transformada por homotetia de centro F e razão $1/4$. A seguir procedemos de maneira similar, considerando o triângulo transformado (azul) como original e multiplicamos as distâncias pela razão 2, que resultará no segundo triângulo transformado (vermelho) por homotetia de centro F e razão 2. Na sequência, consideramos o segundo triângulo obtido como original e multiplicamos as distâncias pela razão 3, que determinará o terceiro triângulo homotético (verde) de centro F e razão 3. Todos os triângulos homotéticos da composição ficam do mesmo lado do triângulo original, comprovando a regra da multiplicação de números relativos positivos ($+$. $+$ = $+$).

O triângulo homotético de razão igual ao produto dos números dados ($1/4 \times 2 \times 3 = 6/4 = 3/2$) fica sobreposto ao terceiro triângulo (verde) determinado na composição de homotetias descrita anteriormente.

A figura 29 utiliza uma composição de homotetias direta e inversa para mostrar que ao multiplicar as distâncias do centro de homotetia (F) até os vértices do triângulo original (cinza) pela razão positiva r_1 , o triângulo resultante (verde) fica posicionado no mesmo lado do triângulo original (homotetia direta), mas ao multiplicar o resultado pela razão r_2 negativa, o triângulo azul fica posicionado do lado oposto e invertido (homotetia inversa).

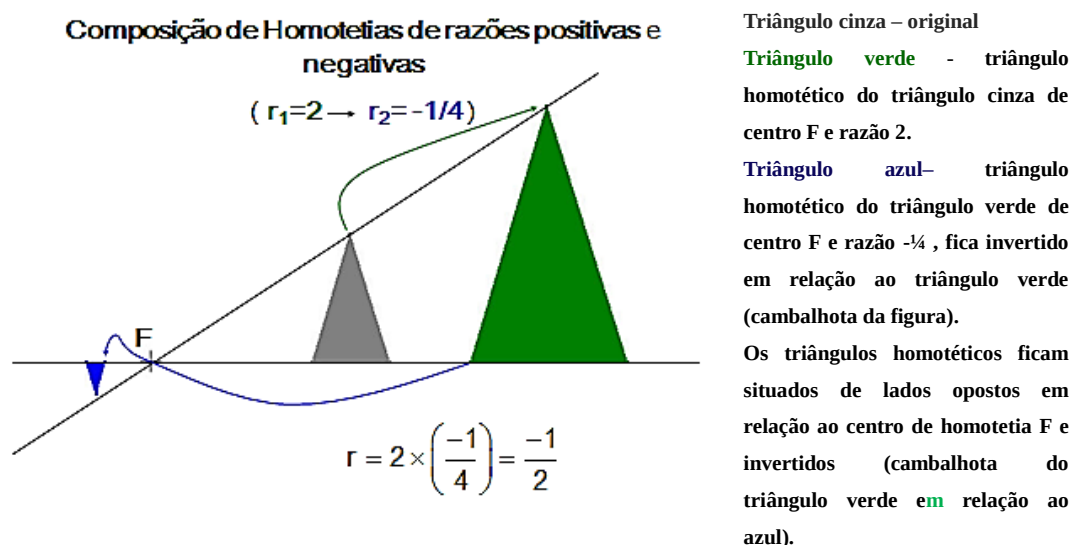


Figura 29 – Composição de homotetias de razão positiva e negativa.

Fonte: Elaborado pela autora

A homotetia também ajuda a visualizar que a multiplicação de um número positivo com outro negativo tem resultado negativo. Assim, multiplicamos as distâncias, definidas pelo centro de Homotetia aos vértices da figura original, pelo primeiro número dado (razão de homotetia = 2), determinando as novas distâncias do ponto exterior aos pontos que serão os vértices da figura transformada por homotetia de centro F e razão 2. Na sequência, multiplicamos as distâncias definidas pelo centro de homotetia aos vértices do primeiro triângulo homotético (verde) pela razão $-1/4$. O segundo triângulo transformado (azul) por homotetia de centro F e razão $-1/4$ fica posicionado do lado oposto ao triângulo original em relação ao centro de homotetia (ponto F) e invertido (cambalhota da figura), comprovando visualmente a regra da multiplicação de um número relativo positivo com um número relativo negativo (+ . - = -).

A figura 30 mostra que a utilização da homotetia inversa permite a visualização da inversão da figura (triângulo cinza) quando multiplicada por uma razão negativa (triângulo azul) e uma nova inversão quando o resultado é novamente multiplicado por outra razão negativa (triângulo verde).

Analogamente, as características da homotetia inversa ajudam a visualizar que o produto entre dois números negativos gera um resultado positivo. Assim, multiplicamos as distâncias, definidas pelo centro de homotetia aos vértices da figura original (triângulo cinza) pela razão de homotetia $-1/2$. Os novos locais dos vértices da figura transformada (triângulo azul) ficam do lado oposto e invertida em relação à figura original. Na sequência,

multiplicamos as distâncias definidas pelo centro de homotetia aos vértices do primeiro triângulo homotético (azul) pela razão -4. O segundo triângulo transformado (verde) fica posicionado no mesmo lado do triângulo original em relação ao centro de homotetia (ponto F), invertido em relação à primeira figura homotética (cambalhota da figura), mas na mesma orientação da figura original (cambalhota da cambalhota), o que comprova visualmente a regra da multiplicação entre dois números negativos ($- \cdot - = +$).

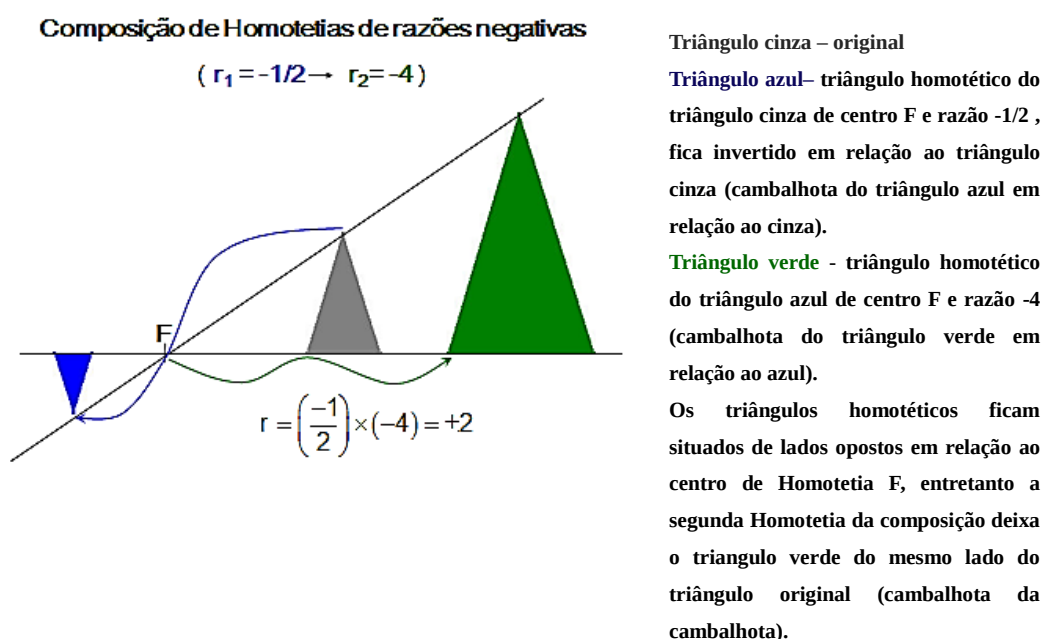


Figura 30 – Composição de homotetias de razões negativas.

Fonte: Elaborado pela autora

Nesta seção ilustramos como a homotetia está inserida no currículo do CAP-UERJ e mostramos uma possibilidade de integração desse conteúdo com a matemática, além da articulação com semelhança, abordada em alguns livros didáticos (BIANCHINI, 2011, p.62; ESTEPHANIO, 1996, p. 66). Na seção seguinte mostraremos que a temática da homotetia também pode propiciar um trabalho curricular integrador.

2.4 Aplicações da Homotetia em Diferentes Áreas do Conhecimento.

Os fundamentos da homotetia podem ser percebidos em diversas aplicações de diferentes áreas do conhecimento: a projeção cônica e as escalas gráficas, utilizadas na

perspectiva, na arte, na arquitetura, na cartografia; a câmara escura e a óptica geométrica, na física; anatomia e fisiologia da visão humana.

Podemos identificar seus elementos na projeção cônica, cujo sistema projetivo estrutura as leis da perspectiva. O sistema é formado pelos elementos: centro de projeção, objeto ou figura no espaço, plano de projeção, retas projetantes (que partem do centro de projeção, passam em cada ponto do objeto e seguem sua trajetória retilínea até interceptar o plano de projeção) e a projeção (imagem do objeto no plano de projeção). Se o objeto for uma figura plana paralela ao plano de projeção existirá uma relação homotética entre a figura e a sua projeção, conforme mostra a figura 31.

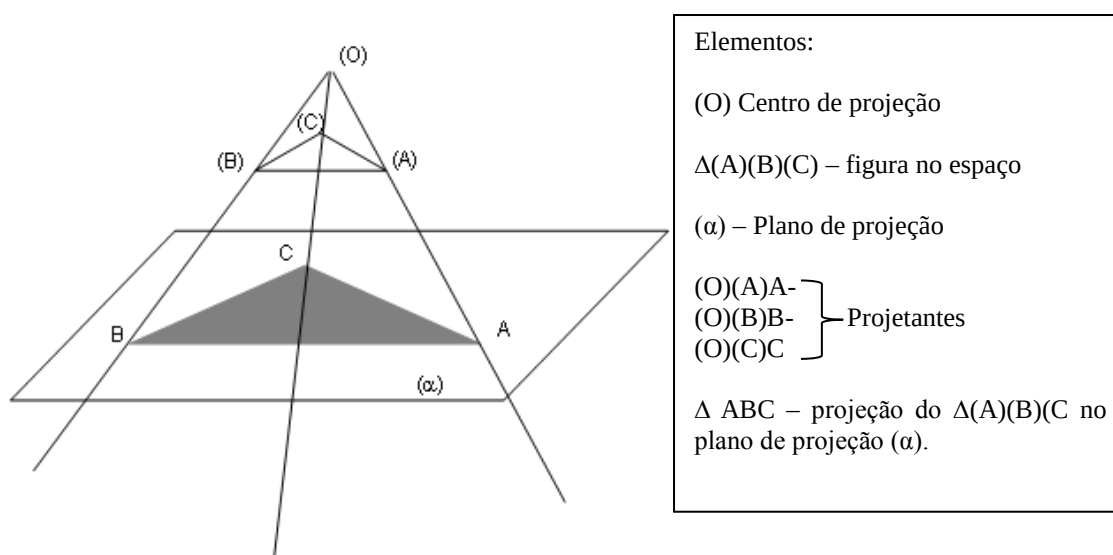


Figura 31 - Elementos da Projeção cônica

Fonte: elaborado pela autora

Para Ferreira (1986, p.1400) projetar é “(5) representar por meio de projeção: projetar um triângulo sobre um plano”. Nesse contexto, a gênese tridimensional do conceito de homotetia é uma projeção, ou seja, uma representação plana. O site do *Museo Universitario di Storia Naturale e della Strumentazione Scientifica Università Degli Studi di Modena e Reggio Emilia* exhibe, na seção 3 da mostra "Theatrum Machinarum" (*strumenti per la geometria*), a imagem de um sistema que mostra a concepção tridimensional da homotetia e uma animação sobre a projeção do sistema cônico (Figura 32).

O modelo da figura 32 mostra a perspectiva de centro O entre dois planos paralelos (π) e (π') . Na animação, representada ao lado do modelo, o plano (π') move-se ortogonalmente em direção ao plano (π) . Nesse movimento o centro da perspectiva (O) desliza no eixo ortogonal de modo a preservar o alinhamento dos pares de pontos

correspondentes, mantendo inalterada a proporção entre as distâncias dos planos (π) e (π'). A superposição ocorre quando o centro O (centro de homotetia) passa a pertencer aos dois planos (π) e (π') sobrepostos. A razão entre as distâncias definidas a partir de O a cada par de pontos correspondentes é constante; logo a transformação gerada é uma homotetia.

Genesi tridimensionale di trasformazioni: omotetia (1°)

Modello Bibliogr Mostra

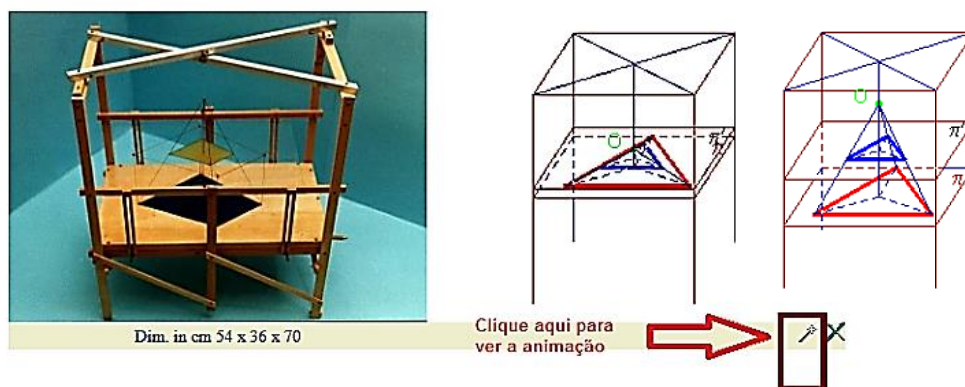


Figura 32 – Concepção tridimensional da homotetia e animação do sistema.

Fonte: Disponíveis em <http://www.museo.unimo.it/theatrum/macchine/imma/107m.jpg> e <http://www.museo.unimo.it/theatrum/macchine/anim/107.gif>. Acesso em 02 mar. 2014

A maneira de representar o espaço tridimensional sempre intrigou o homem desde os mais remotos tempos. Thuillier (1994) destaca que a percepção do espaço foi evoluindo como o homem até que, no Renascimento, se “inventou uma certa ordem espacial aproveitando uma série de experiências de caráter social e cultural” (p.61), surgindo a perspectiva enquanto teoria.

A perspectiva linear parece-nos hoje um instrumento matemático de fácil manejo. E a idéia de que as linhas paralelas possam se encontrar “no infinito” praticamente dispensa explicações... Mas não foi sempre assim; muitas etapas foram necessárias para que, pouco a pouco, uma geometrização coerente da representação espacial fosse assegurada, com base em princípios enunciados claramente. Foi em Florença, no início do século XV (o Quattrocento) que pintores e arquitetos formularam a primeira teorização da perspectiva, teorização que teria mais tarde inúmeras repercussões sobre o pensamento científico. Ela não só tornava possível a geometria projetiva, como “preparava” o conceito de espaço sobre o qual se apoiaria a mecânica clássica. A geometrização do espaço deve ser compreendida do ponto de vista histórico, em relação a um contexto socio-cultural extremamente rico (THUILLIER, 1994, p.57).

Thuillier (1994) analisou referenciais cronológicos relativos à representação do espaço tridimensional. Segundo o autor, pintores, escultores e arquitetos do *Trecento* e do

Quattrocento (Giotto, Brunelleschi, Masaccio) foram responsáveis pela elaboração concreta da noção “moderna”, de espaço, desenvolvendo determinadas técnicas de representação e abrindo caminho para que filósofos e homens da ciência elaborassem os conceitos de tempo e espaço fundamentais para o desenvolvimento da ciência moderna.

Paollo Uccello (1397-1475), um dos pintores do *Quattrocento*, estudou exaustivamente a forma de representação do espaço nas telas e o ponto de fuga. Detentor de uma mente analítica e precisa, registrou em seus quadros estudos iniciais de perspectiva que influenciaram outros interessados no assunto, como Piero della Francesca, Albrecht Dürer e Leonardo da Vinci.

No ano de 1413, em Florença, o ourives, escultor e arquiteto Filippo Brunelleschi (1377-1446) começou a pesquisar os princípios da perspectiva cônica através de suas experiências ópticas⁴⁰ (Figura 33). O padre, pintor e arquiteto⁴¹ Leon Battista Alberti (1404-1472), considerado o teórico da perspectiva, contribuiu com estudo de geometria plana aplicada, descrevendo formalmente o sistema *Costruzione Legittima*. Esse método simples permitiu que os artistas pudessem desenhar um espaço geométrico regular, colocando uma grade ou retícula sobre a planta do objeto e transferindo as linhas do objeto para uma retícula similar em perspectiva, conforme mostra a figura 34 (CARDY, 2013). Em 1435, Alberti escreveu o tratado denominado *Della Pictura* onde descreve seu método.

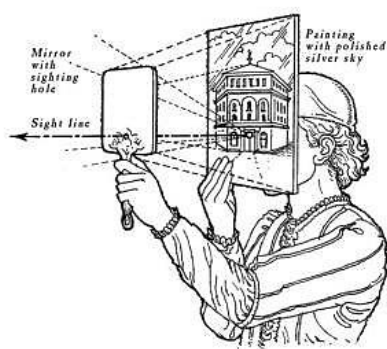


Figura 33 – “Experiências Ópticas” de Brunelleschi,

Fonte:

<http://maitaly.wordpress.com/2011/04/28/brunelleschi-and-the-re-discovery-of-linear-perspective/>. Acesso em 02 de março de 2014.



Figura 34 – Perspectógrafo.

Fonte:

<http://www.profcardy.com/geometria/perspectiva-conica.php> Acesso em 02 de março de 2014.

⁴⁰ Vide vídeo sobre a experiência de Brunelleschi disponível em <http://www.youtube.com/watch?v=bkNMM8uiMww>. Acesso em 02 mar. 2014.

⁴¹ Segundo Thuillier (1994), Alberti era uma pessoa articuladora que transitava muito bem entre a teoria e a prática. Muito culto, Alberti se interessava em solucionar questões de ordem prática, possuindo grande experiência como artista-engenheiro e mesmo sem ser oficialmente arquiteto ou mestre-de-obras conduziu a construção de vários edifícios.

Piero Della Francesca (1415-1492), pintor italiano de afrescos, contribuiu para ampliar os estudos da perspectiva com seu tratado denominado *De Prospectiva Pingendi*, de 1478, solucionando outras questões sobre a representação em perspectiva (BOYER, 1996).

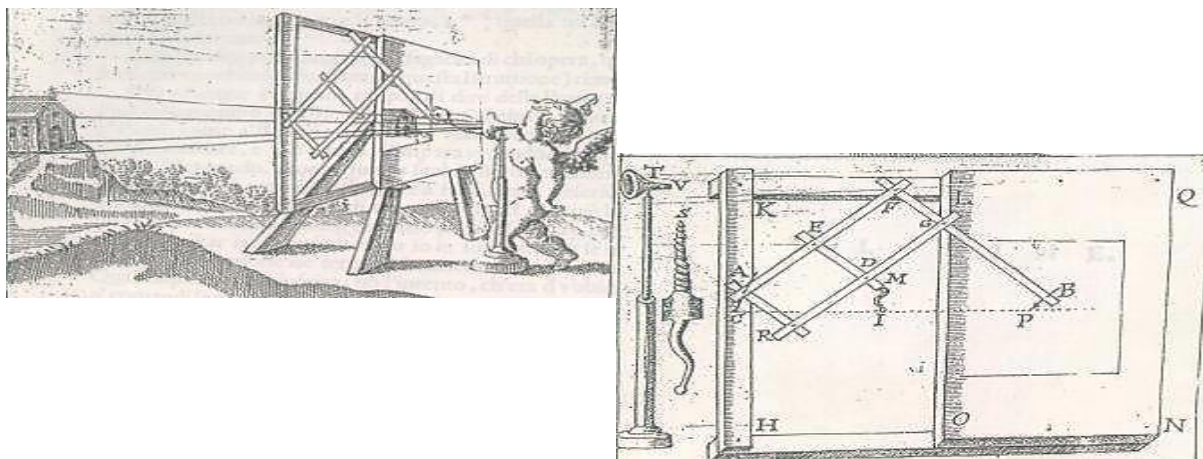
Ao passo que Alberti se tinha concentrado na representação sobre o plano da pintura de figuras sobre o plano de terra, Piero atacou o problema mais complicado de representar, sobre o plano da pintura, objetos em três dimensões vistos de um ponto de vista dado (BOYER, 1996, p. 203).

O gravador, pintor, ilustrador, matemático e teórico de arte alemão Albrecht Dürer (1471-1528) muito contribuiu para os estudos da representação do espaço, estudando e elaborando tratados sobre medidas e proporções humanas, perspectiva e geometria aplicadas às representações artísticas.

Em 1603, o padre jesuíta, astrônomo e matemático Christoph Scheiner (1563-1650) desenvolveu uma ferramenta para copiar, ampliar, reduzir imagens no plano e que representava objetos em perspectiva denominado pantógrafo (Figuras 35 e 36). Conhecido de Galileu, Scheiner escreveu seu tratado “*Pantographice seu ars delineandi*”, em 1631. O pantógrafo de Scheiner utiliza em sua estrutura os fundamentos da perspectiva cônica e da homotetia.

Os fundamentos da projeção cônica também respaldam os fenômenos de formação da imagem no olho humano e na câmara escura, devido à propagação retilínea da luz. Assim, podemos observar os fundamentos da homotetia inversa no funcionamento da câmara escura e na reprodução da imagem na retina do olho humano. O vídeo *Pelas lentes da Matemática*⁴² mostra a relação entre geometria espacial, geometria plana, semelhança e homotetia.

⁴² Vide vídeo disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=Xipqe1kAk04#aid=P-Qb0cErW0o>. Acesso em 02 mar. 2014.



Figuras 35 e 36 - Perspectógrafo da C. Scheiner, S. J., Pantographice, Roma 1631

Fonte: <http://www.museo.unimo.it/theatrum/macchine/history/91.htm> Acesso em 02 mar. 2014

Para alguns historiadores, o princípio óptico da câmara escura é conferido ao chinês Mo Tzu (séc. V a.C.); outros concederam tais créditos ao grego Aristóteles (384-322 a.C.). No oriente, o matemático árabe Abu al-Hasan Ibn al-Haytham (965-1038) ou Alhazen de Basra escreveu sobre os princípios da óptica e o comportamento da luz, descrevendo sobre a luz natural solar passando por um furo pequeno feito na parede de um quarto escuro. No séc. XII, um artefato feito segundo os princípios de funcionamento da câmara escura é utilizado na observação de eclipses solares como proteção para os olhos. No séc. XIV a câmara escura auxiliou os artistas, desenhistas e pintores nas representações perspectivas. Leonardo da Vinci (1452- 1512) descreveu a câmara escura em um de seus cadernos de notas, além de fazer analogia entre o funcionamento do olho humano e da câmara escura (Figura 37). O astrônomo Johannes Kepler (1571-1630) elaborou desenhos com auxílio de uma câmara escura portátil.

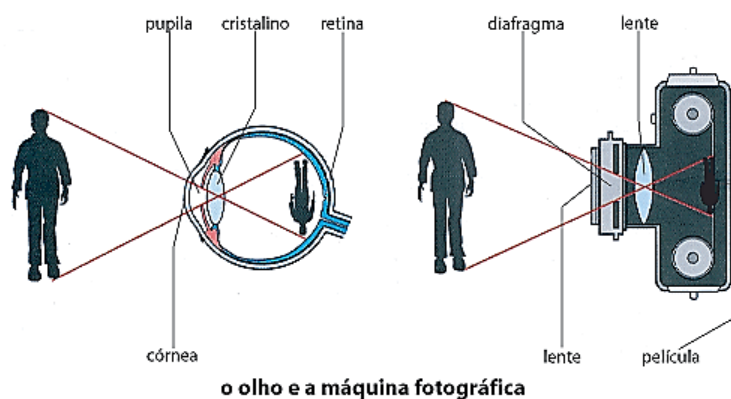


Figura 37 - Semelhanças no processo de formação da imagem no olho humano e na câmara escura.

Fonte: <http://www.drvisao.com.br/imagens/olhoeaMaquinaFotografica.jpg> Acesso em 02 de março de 2014.

Como os fundamentos da projeção cônica estão presentes na perspectiva, na câmara escura e no olho humano, também se relacionam com aplicações afins: no desenho de observação, na óptica geométrica, no enquadramento e na composição fotográfica.

No desenho de observação ou desenho artístico, os desenhistas podem utilizar o recurso da escala visual que também se respalda nos conceitos e fundamentos da perspectiva cônica e da homotetia. Para desenhar um objeto ou composição de objetos é necessário medir visualmente as dimensões do que se necessita desenhar, não interessando suas medidas reais e sim, as medidas visuais determinadas a partir de um ponto fixo (o olho do desenhista ou observador) de modo a preservar a proporcionalidade, conforme as observações de Brunellesch. Normalmente, utiliza-se o lápis para medir e comparar as proporções do objeto. O desenhista deve se posicionar a uma distância razoável do objeto ou composição que deseja representar, fechar um dos olhos e posicionar o lápis paralelamente ao plano da composição. Os raios visuais que saem do olhar do desenhista passam pelas extremidades do lápis até a dimensão do objeto que está sendo medida, definindo uma proporcionalidade pela projeção cônica e definindo uma projeção por homotetia.

Esse processo determina dimensões proporcionais a partir do ponto de vista do observador, que são transportadas para o papel nos traçados iniciais do desenho. A figura 38 mostra duas cenas do vídeo À Mão Livre⁴³: Proporção e Eixos que ilustram a escala visual.



Figura 38 – Desenho de Observação - Escala Visual.

Fonte: Print de cenas do vídeo “À mão Livre”, disponível em http://www.youtube.com/watch?v=WGEGwfaY_Gw. Acesso em 15 mar. 2014

⁴³ A série À Mão Livre é composta por 23 programas de 15 minutos cada, com objetivo de informar sobre os fundamentos do desenho, o processo criativo e o desenho da figura humana. O primeiro programa foi gravado no MASP, Museu de Arte de São Paulo Assis Chateaubriand, e os demais nos estúdios do SENAI, Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial, com direção de Cristina Winther e com roteiro, conteúdo e apresentação do artista plástico e arte-educador Philip Hallawell.

Disponível em http://www.youtube.com/watch?v=WGEGwfaY_Gw, acesso em 02 de março de 2014.

Na óptica geométrica, no estudo da formação de imagens a partir de lentes, espelhos esféricos e sistemas com associados podemos identificar os fundamentos da homotetia, conforme mostra a figura 39.

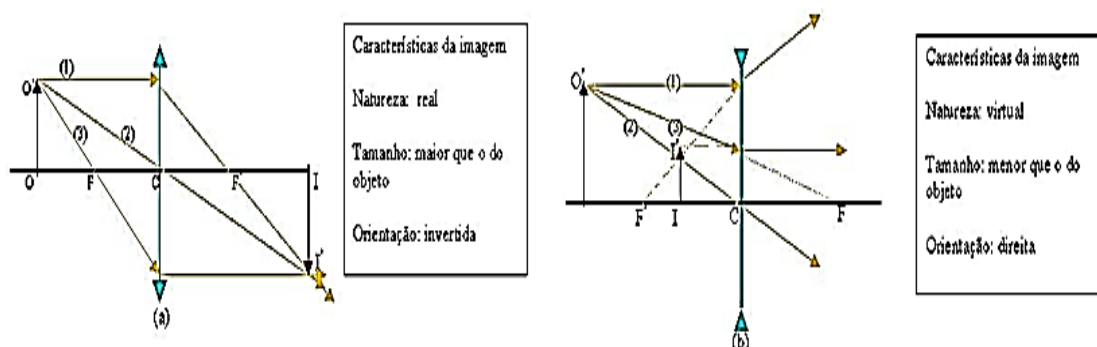


Figura 39 - Processo de formação de imagens em lentes

Fonte: Adaptado pela autora das imagens disponíveis em <http://educar.sc.usp.br/optica/lente.htm> Acesso em 02 de março de 2014

No enquadramento ou definição visual do *zoom* dos visores de câmeras fotográficas podemos observar retângulos homotéticos, onde o ponto central do visor é o centro de homotetia (Figuras 40 e 41).



Figura 40 – Câmera digital Canon PowerShot Pro-Tips

Fonte: Print do vídeo The Big Picture, disponível em <http://www.youtube.com/watch?v=RTsbTQgUUZE>. Acesso em 02 mar.2014

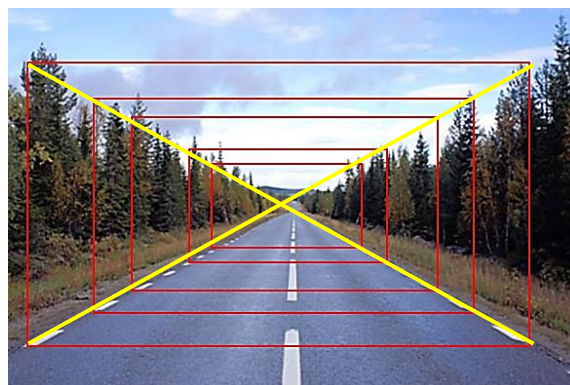


Figura 41 – Planos de Enquadramento

Fonte: Elaborado pela autora

Podemos perceber a relação homotética entre os formatos de papéis utilizados nos desenhos técnicos. A norma técnica da ABNT sobre Folha de Desenho: leiaute e dimensões

NBR 10068 de outubro de 1987 define as dimensões da folha em função da área quadrada e da relação entre a diagonal e o lado do quadrado, conforme a figura 42.



Figura 3 - Origem dos formatos da série "A"

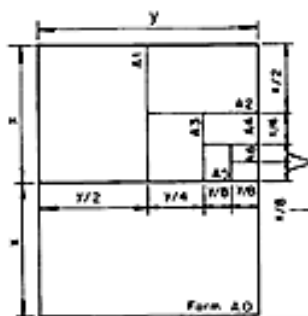


Figura 4 - Formatos derivados - Série "A"

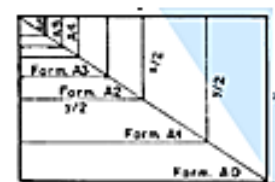


Figura 5 - Semelhança geométrica dos formatos da série "A"

Figura 42 - Origem e semelhança geométrica dos formatos de papel

Fonte: NBR 10068 Folha de desenho: leiaute e dimensões p. 2

Disponível em

<http://www.corumba.ms.gov.br/downloads/download/SITE%20SEINFRA%202012%2024%2005/LEIS,%20DECRETOS%20E%20NORMAS/NBR%2010068%20-%20Folha%20de%20desenho%20-%20Leiaute%20e%20dimens%C3%B5es.pdf>

Acesso em 30 mar.2014.

Na arquitetura e na cartografia onde é necessário representar edificações e mapas é necessário reduzir proporcionalmente as dimensões da edificação ou do mapa até que suas dimensões caibam em uma folha de papel. A relação de proporcionalidade existente entre as dimensões reais do objeto desenhado e suas dimensões correspondentes no desenho é denominada escala. A representação gráfica de uma escala é denominada escala gráfica (Figura 42). A régua graduada é um exemplo de escala gráfica. O escalímetro triangular de precisão apresenta em suas faces várias escalas gráficas diferentes (Figura 43).

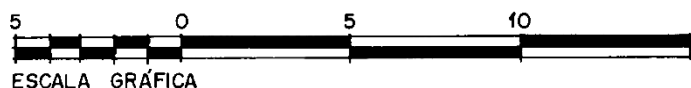


Figura 43 - Escala Gráfica

Fonte: Disponível em

http://www.dgst.cbmerj.rj.gov.br/documentos/Aula%20CEPrevI%202012_06_02.pdf. Acesso em 15 mar. 2014.



Figura 44 - Escalímetros

Fonte: Disponível em

<http://vfco.brazilia.jor.br/historia/outr os/escalimetro-para-ferreomodelismo-HO.shtml>. Acesso em 15 mar. 2014.

Em mapas é comum representar a escala gráfica (Figura 45) correspondente à escala numérica no canto inferior direito da folha, visando obter medidas mais precisas e rigorosas.

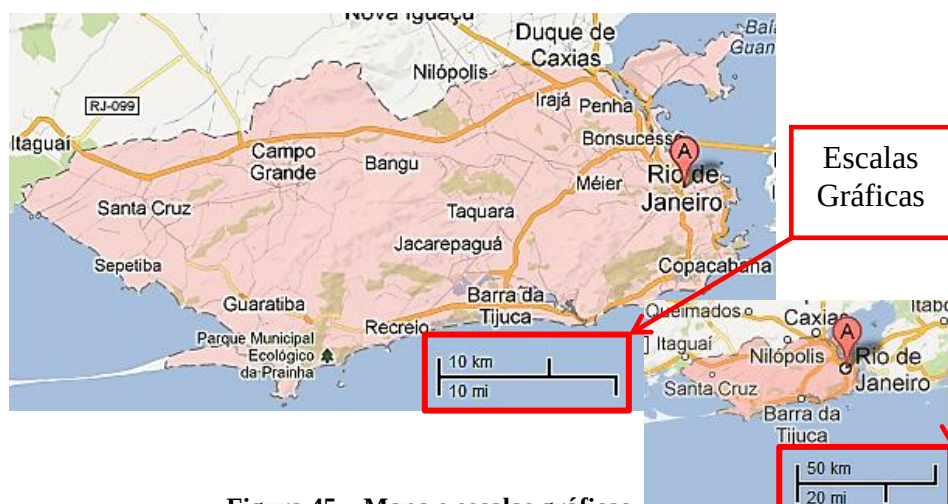


Figura 45 – Mapa e escalas gráficas
Fonte: Google Maps

Uma escala gráfica pode ser construída utilizando a divisão de segmentos em partes iguais de acordo com o teorema de Tales⁴⁴. Exemplificando, a figura 46 mostra a sequência da montagem da escala gráfica 3:5.

Se na elaboração da escala gráfica (Figura 46) considerarmos a posição dos triângulos semelhantes gerados pela interseção das retas paralelas com as retas transversais na divisão do segmento AB em partes iguais, observaremos uma série de triângulos homotéticos de centro A (vértice comum dos triângulos).

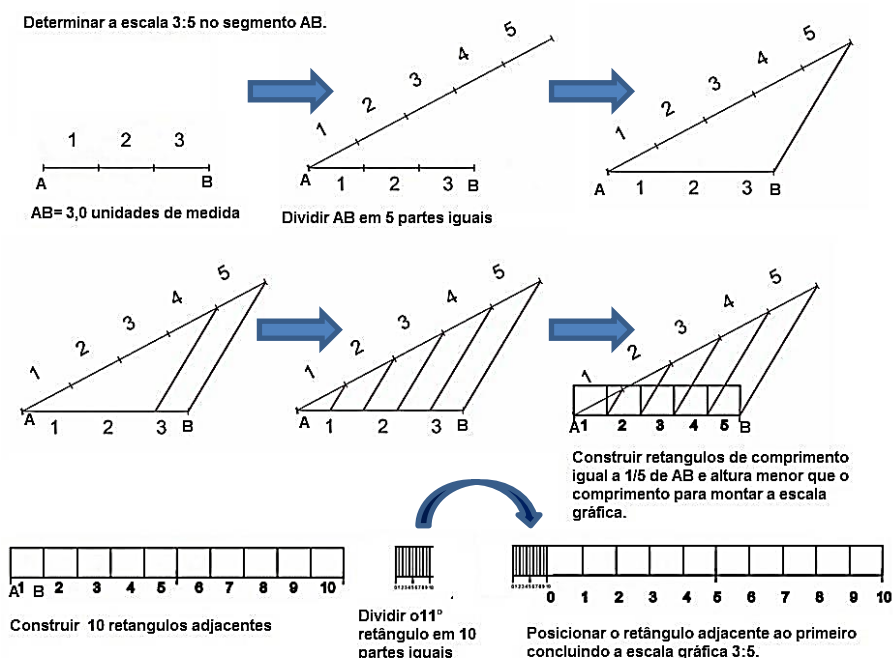


Figura 46 – Construção de uma escala gráfica

Fonte: Montagem das imagens do vídeo Teorema de Tales e Construção de Escalas Gráficas Disponível em <http://youtu.be/UgVm0mBd3Nk>. Acesso em 15 mar. 2014.

⁴⁴ Vide vídeo disponível em <http://youtu.be/UgVm0mBd3Nk>. Acesso em 15 mar. 2014.

No capítulo seguinte, faremos a análise relativa às atividades descritas anteriormente na nossa proposta de atividades (seção 3.2): Ctrl C, Ctrl V, com o método da diagonal e o bloco de atividades dos pantógrafos.

CAPÍTULO 3

UMA ANÁLISE DE ALUNOS MANIPULANDO, INTERAGINDO, APRENDENDO E DESCOBRINDO

Enfim, a visualização é um processo que vai além da mera observação de algo. Além de observar um objeto o indivíduo faz associações. Ainda que seja aparentemente automática e individualizada esta é uma importante atividade cognitiva (BAIRRAL, 2009, p.61).

Como um dos objetivos desta pesquisa é verificar aspectos do aprendizado dos alunos do 6º e 7º ano do ensino fundamental acerca do conceito de homotetia; esse estudo é qualitativo e de natureza intervencionista.

Pesquisar qualitativamente, conforme Bicudo (1993), significa procurar compreensões e interpretações do ponto de vista do questionamento formulado, buscando explicações cada vez mais convincentes, objetivas e claras sobre o questionamento feito. Para Kourganoff (1990), pesquisar é reunir um conjunto de investigações, operações e trabalhos intelectuais ou práticos com o objetivo a descobrir novos conhecimentos, intervir com novas técnicas e explorar ou criar novas realidades. Em resumo, Garnica (1992, p. 111) afirma que em abordagens qualitativas o termo pesquisa passa a significar “uma trajetória circular em torno do que se deseja compreender”, lançando o olhar para a qualidade e para os elementos que sejam significativos ao pesquisador.

Tal como Lüdke e André (1986), crê-se que processo educativo ocorre de forma que os fatos não possam ser desenredados ou desemaranhados de seu contexto original, dificultando o isolamento das variáveis envolvidas e a determinação objetiva dos responsáveis por determinado efeito ou causa.

A investigação qualitativa, segundo Bogdan e Biklen (1994), não tem o objetivo de responder questões prévias ou de testar hipóteses, mas privilegiar a compreensão dos comportamentos pelo olhar dos envolvidos na pesquisa. O olhar qualitativo é descritivo, visto que os dados considerados nas observações são palavras ou imagens. O ambiente natural é a fonte principal de coleta de dados, sendo estes analisados de forma indutiva. O foco da análise é o processo da investigação, onde seu significado adquire caráter primordial face aos resultados.

No cenário qualitativo, a pesquisa-intervenção conduziu nossa implementação e análise Segundo Spinillo e Lautert (2008, p.295), “a pesquisa de intervenção compreende tanto a ação do pesquisador para a produção do conhecimento como também a ação do pesquisador enquanto aquele que intervém sobre os indivíduos”.

A pesquisa-intervenção pode ser uma opção para a investigação das relações de causalidade. Spinillo e Lautert (2008) destacam que a causalidade em psicologia é relevante e complexa. Pesquisadores da área ressaltam a importância da identificação das mudanças no desenvolvimento e suas respectivas causas, mesmo reconhecendo a dificuldade de se examinar e se estabelecer relações de causalidade. Bryant⁴⁵ (1974; 1990 apud Spinillo e Lautert, 2008, p.295-296) afirma que uma das maneiras de minorar esta questão “é provocar a mudança através de situações específicas”. Tal alternativa define a natureza da pesquisa de intervenção, mostrando sua tendência mais direta se comparada à observação sobre um determinado fenômeno estudado.

É importante considerar a pesquisa de intervenção no domínio dos debates sobre aprendizagem e desenvolvimento, observando que mudanças no comportamento podem estar relacionadas ao desenvolvimento e que pesquisas de intervenção podem atuar como experiências de aprendizagem (SPINILLO e LAUTERT, 2008).

Spinillo e Lautert (2008) acreditam que a natureza da assistência proporcionada por um adulto que interage com a criança é um dos fatores primordiais na pesquisa de intervenção.

A instrução tutorada refere-se a uma assistência explícita sobre algo, requerendo do adulto um papel mais ativo do que na autodescoberta, visto que pode fornecer *feedback* e explicações a respeito da atuação da criança, propor regras ou estratégias de resolução, enfatizar aspectos ou princípios relevantes da situação, propor modelos para orientar e corrigir soluções e hipóteses inadequadas ou pouco efetivas (SPINILLO e LAUTERT, 2008, p. 301).

Pesquisas de intervenção podem acontecer em situações de laboratório e em sala de aula. Entretanto, as intervenções que ocorrem no contexto da sala de aula, ainda que planejadas, não estão sujeitas a um controle rigoroso como nas situações experimentais controladas. Na sala de aula, os alunos interagem com o professor (adulto), mas também interagem entre si, configurando um ambiente multifacetado de relações múltiplas e diversas

⁴⁵ Bryant, P. (1990). Empirical evidence for causes in development. In: Butterworth, G. & P. Bryant (Orgs.) *Causes of development: interdisciplinary perspectives*. (pp.31-45). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
Bryant, P. (1974) *Perception and understanding in young children: an experimental approach*. London: University Paperbacks.

no contexto escolar, onde as relações são determinadas pelos papéis sociais desempenhados por alunos e professor.

As atividades desenvolvidas ao longo da pesquisa de campo constituíram um conjunto de situações que visavam auxiliar na construção do conceito de homotetia em situações de aprendizagem que utilizam recursos digitais. Os instrumentos tecnológicos podem patrocinar mediações entre as ações efetivas dos indivíduos sobre o mundo e o mundo (OLIVEIRA, 2010). Através da utilização de recursos dinâmicos e das TIC associadas a situações de aprendizagem, essas atividades procuraram promover a elaboração e manipulação de imagens mentais (VELOSO, 1998) de modo que os estudantes elaborassem o conceito do tema estudado.

Após a implementação do estudo piloto no final do 6º ano⁴⁶, partimos para a implementação da segunda etapa da pesquisa de campo - que ocorreu entre 26 de abril a 24 de maio de 2013 - com a grande maioria dos participantes da primeira implementação que, nesse período, estavam cursando o 7º ano do Ensino Fundamental.

Dentre as atividades desenvolvidas na primeira e na segunda implementação escolhemos duas situações distintas para analisar: a atividade do *Paint* e o bloco de atividades do Pantógrafo. Para a coleta de dados em cada bloco de atividades utilizamos os instrumentos relacionados no Quadro 4.

Quadro 4: Atividades e Instrumentos de Coleta de Dados

<i>Paint</i> – Ctrl C, Ctrl V	Pantógrafos
- Trabalho prático Ctrl C, Ctrl V no <i>Paint</i> - Folha de atividade 4 - Identificação das figuras ampliadas, reduzidas e distorcidas⁴⁷ - Diário da pesquisadora - Gravação em vídeo	- Respostas da folha de atividade 8 - Depoimentos dos alunos, em áudio - Questão 4 da prova do terceiro trimestre - Diário da pesquisadora

Fonte: elaborado pela autora

Para analisar a atividade do *Paint* levamos em consideração os registros dos alunos na atividade do Ctrl C, Ctrl V, os resultados do exercício da folha de atividade 4, as anotações do diário de campo da pesquisadora e os registros de comentários, atitudes e reações dos estudantes nas observações da gravação em vídeo.

⁴⁶ Devido à greve dos professores da UERJ em 2012, o ano letivo de 2012 terminou em março de 2013. O ano letivo de 2013 começou em abril de 2013 e foi concluído em fevereiro de 2014.

⁴⁷ Nesta pesquisa estamos usando o termo *distorcer* como sinônimo de *deformar*.

Na análise do bloco de atividades do pantógrafo, além das anotações do diário de campo da pesquisadora, consideramos as respostas das duplas às questões da folha de atividade 8, resultados da questão 4 da prova do terceiro trimestre e o depoimento de alguns alunos por ocasião da conclusão da atividade.

De forma a contemplar os objetivos específicos da pesquisa, cada conjunto de atividades foi planejado e desenvolvido para estimular a observação e o entendimento das características e propriedades das figuras homotéticas e a identificação de seus elementos.

3.1 Ctrl C, Ctrl V: A Atividade do *Paint Brush*

Para que duas figuras sejam consideradas homotéticas é necessário que estejam dispostas no plano em relação a um ponto denominado do centro de homotetia de modo que este centro e os vértices correspondentes da figura original e homotética estejam alinhados e os lados correspondentes estejam paralelos, conforme mostra a figura 47.

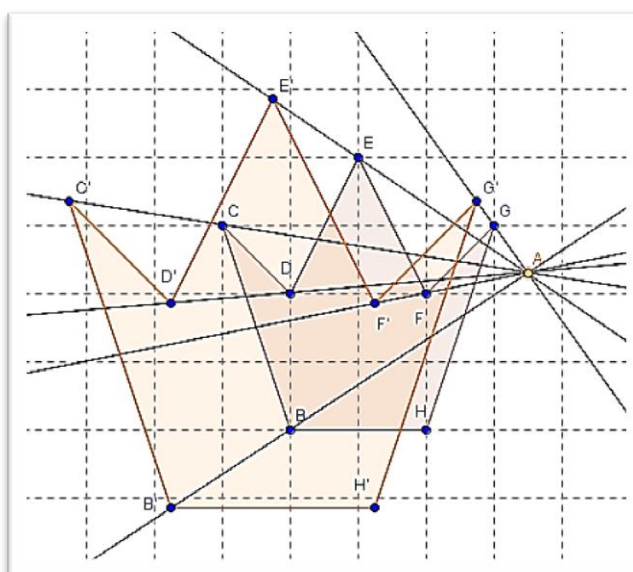


Figura 47 - Polígonos homotéticos BCDEFGH e B'C'D'E'F'G'H' em relação ao centro de homotetia A.
Fonte: Elaborado pela autora no GeoGebra.

A atividade do *Paint* contribuiu para a compreensão dos elementos da transformação, particularmente, para:

- um olhar para os vértices e lados correspondentes;
- a proporcionalidade entre os lados;
- a ampliação e redução das figuras;

- o comportamento dessa ampliação e redução;
- a posição do centro de homotetia em relação às figuras original e transformada.

Descrita no terceiro capítulo, a atividade com o *kit* de retângulos feitos em E.V.A.⁴⁸ foi trabalhada com os alunos anteriormente à atividade do *Paint*. Fundamentada no método da diagonal dos polígonos, ajudou-os a construir visualmente o conceito de proporcionalidade entre as figuras, embora esse método possa ser explorado sem que sejam evidenciadas as relações homotéticas entre os elementos envolvidos. No *kit* de retângulos foi explorada a posição em que os lados menores e os maiores de cada retângulo ficassem sobrepostos e os vértices coincidentes dos retângulos emborrachados seriam o centro de homotetia (Figura 48). Entretanto, poderíamos verificar visualmente a proporcionalidade entre os retângulos através de suas diagonais, onde o centro de homotetia passaria a ser o ponto de interseção entre as diagonais (Figura 49).

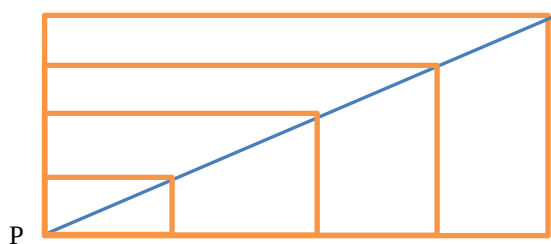


Figura 48 - Retângulos homotéticos de centro de homotetia P

Fonte: elaborado pela autora no Word

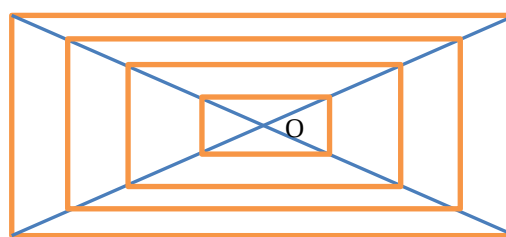


Figura 49 - Retângulos homotéticos de centro de homotetia O

Fonte: elaborado pela autora no Word

Nesta seção apresentaremos como a atividade do *Paint* foi desenvolvida utilizando os recursos do LEDEN - Laboratório de Ensino de Desenho do Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira (CAp-UERJ). Iniciada no ano letivo 2012 com os alunos do 6º do ensino fundamental, esta etapa da pesquisa de campo foi concluída com os mesmos alunos no ano letivo de 2013 que, na época, estavam cursando o 7º ano do ensino fundamental.

A aula foi planejada para dois tempos semanais de 50 minutos cada e organizada segundo as etapas e estimativas de tempo, descritas no quadro 5. Seu objetivo era instigar a

⁴⁸ A placa de emborrachado E.V.A. é composta por uma resina termoplástica derivada do petróleo denominada: Etil Vinil Acetato, sendo muito utilizada por artesãos, artistas e professores da Educação Infantil por ser macia, lisa, leve e fácil de ser manuseada.

percepção dos participantes sobre como uma imagem pode ser ampliada ou reduzida proporcionalmente, utilizando o método da diagonal do retângulo que a envolve, em um editor de imagens simples como o *Paint* do pacote do sistema operacional *Windows*.

Resumidamente a aula ocorreu na sequência organizada no Quadro 5, a seguir.

Quadro 5 - Organização da atividade do *Paint*: 100 minutos (2 h/a)

Nº	Momentos	Estimativa de Tempo
1	Apresentação da atividade e perguntas motivadoras	20 min
2	Vídeo e comentários	20 min
3	Trabalho no <i>Paint</i>	50 min
4	Identificação da atividade e salvamento do arquivo	10 min

Elaborado pela autora

No início da atividade a pesquisadora apresentou algumas perguntas com objetivo de motivar a turma. Uma delas questionava o que se faz para ampliar ou reduzir uma imagem em um editor de imagens para, por exemplo, se colocar no perfil do *Facebook* ou enviar pelo celular. Os alunos deveriam observar se as características originais da imagem permaneceriam ou não as mesmas, após a manipulação no editor de imagens: apenas pelo comprimento; apenas pela altura; pela altura e comprimento simultaneamente, ou seja, “puxando” pela diagonal do retângulo que envolve a imagem. Ao final, deveriam observar as características das imagens manipuladas e classificá-las em distorcidas, ampliadas ou reduzidas.

No segundo momento da atividade, foi exibido o vídeo “O Futuro é *Touchscreen*”⁴⁹, com o objetivo de transmitir uma mensagem visual que seria utilizada posteriormente. Na cena que acontece no minuto 1:22, uma das filhas do casal de protagonistas do filme toca a superfície da porta da geladeira, que contém algumas fotos digitais e vídeos sendo exibidos. Ela escolhe uma foto para depois arrastá-la, ampliá-la e logo após, desenhar sobre a foto escolhida, conforme a sequência de imagens mostradas na figura 50.

⁴⁹ Disponível em <http://youtu.be/nRG1wikEHEo>. Acesso em 30 mar. 2014.

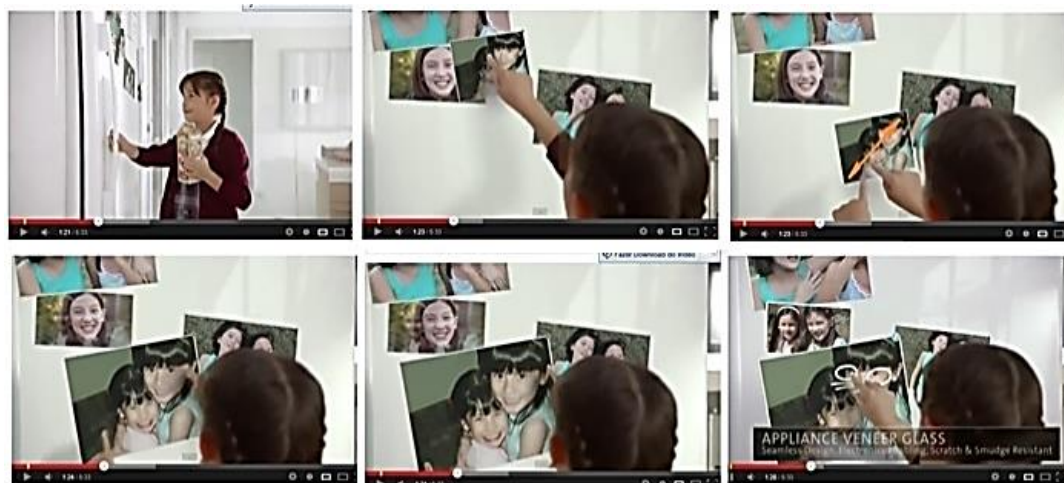


Figura 50 – Print da sequência de seis imagens do vídeo “O Futuro é Touch Screen”

Fonte: elaborado pela autora.

O movimento feito pela menina, que utiliza a diagonal da foto retangular para ampliá-la, motivou a escolha do vídeo, nos remetendo à atividade dos *kits* de retângulos emborrachados, conforme apresentado no capítulo 3. O mesmo movimento ou gesto é utilizado para ampliar ou reduzir fotos ou imagens proporcionalmente na tela de um celular *touch screen* e nos mouses multidirecionais dos *notebooks* mais atuais. Estamos utilizando um gesto significativo para os nativos digitais ou da geração Z⁵⁰ com objetivo de ajudar na visualização da proporcionalidade de figuras pelo método da diagonal, onde elementos da cultura visual estão mediando significados. Tourinho e Martins (2011) destacam que:

Quando vemos uma imagem, objeto ou artefato recorremos às informações gerais e/ou ao conhecimento específico que possuímos. Recorremos a hábitos, valores, referências e contexto para dar sentido/significado ao que vemos. Cada indivíduo utiliza suas informações, conhecimento, hábitos e referências para estruturar e dar sentido as coisas que visualiza, valorizando-as diferentemente, negociando seus significados de acordo com o contexto, sua trajetória cultural e seus interesses (TOURINHO e MARTINS, 2011, p.55).

Após a exibição do vídeo, a turma se dividiu em duplas para realizar a atividade proposta nos computadores do laboratório de desenho – LEDEN para executar a proposta (deformar, ampliar e reduzir uma imagem no *Paint*): abrir uma imagem da pasta “meus documentos” no editor de imagem, selecioná-la, copiá-la, colar e distorcê-la pelo comprimento e pela altura para depois fazer a ampliação e redução da imagem pela diagonal do retângulo que envolvia a imagem. Todas as etapas da atividade deveriam ficar registradas

⁵⁰ Os nascidos entre 1990 e 2010 são identificados pela maioria dos autores como pertencentes à Geração Z.

em um mesmo arquivo. Nessa atividade a imagem foi utilizada também como recurso motivador, devido à facilidade de captação e edição conferida pelas TIC (LÈVY, 1993).

É importante destacar que apesar de os alunos utilizarem a Web e interagirem com o computador com relativa frequência, a maioria não sabia como selecionar, copiar, colar, recortar, salvar, criar pastas e nomear arquivos, evidenciando a necessidade de aprendizado de conceitos básicos de informática. A seguir, foi apresentado o recurso das teclas de atalho Ctrl+C, Ctrl+V, Ctrl+X para facilitar o desenvolvimento da atividade. Algumas duplas se preocuparam em identificar a imagem original, a ampliada, a reduzida e a deformada (Figura 51). Uma dupla pensou em mesclar imagens na atividade, talvez se preocupando com a organização visual dos elementos no plano e com uma estética gráfica. As duplas realizaram a atividade e salvaram na área de trabalho ou na pasta “meus documentos” de cada computador. Após a aula, os arquivos foram recolhidos pela pesquisadora.

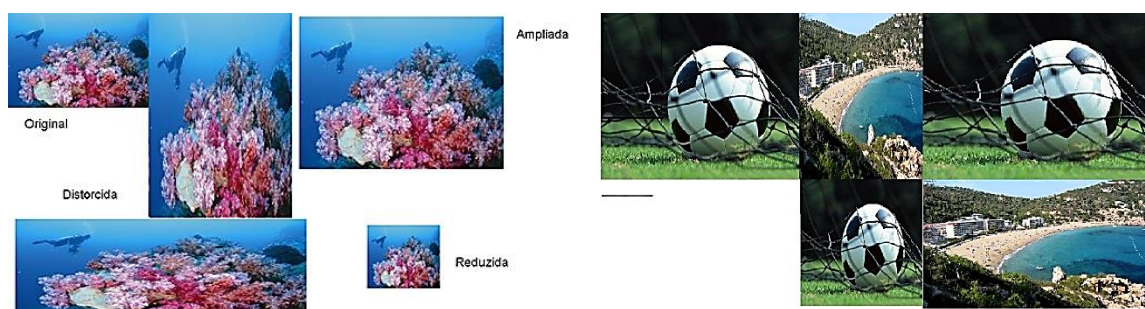


Figura 51 – Ctrl C e Ctrl V no Paint (atividade 3)

Fonte: arquivos do trabalho de campo da autora – trabalho dos alunos

Os estudantes tiveram a oportunidade de vivenciar que, assim como foi visto na atividade dos kits de retângulos de E.V.A. (Figura 52), quando se necessita reduzir ou ampliar imagens nos editores de imagens ou aplicativos de celulares, “puxamos” a imagem pela diagonal para cima ou para baixo, pois assim as duas dimensões (comprimento e altura) são reduzidas ou ampliadas proporcionalmente pelo mesmo número/fator, como acontece com figuras homotéticas sobrepostas que possuem o centro de homotetia coincidente com um de seus vértices (Figura 53). A manipulação de apenas uma dimensão da imagem (comprimento ou altura) a deforma.



Figura 52 - Alunos do CAP-UERJ manipulando o kit de retângulos.

Fonte: elaboração da autora através de imagens geradas da gravação em vídeos.

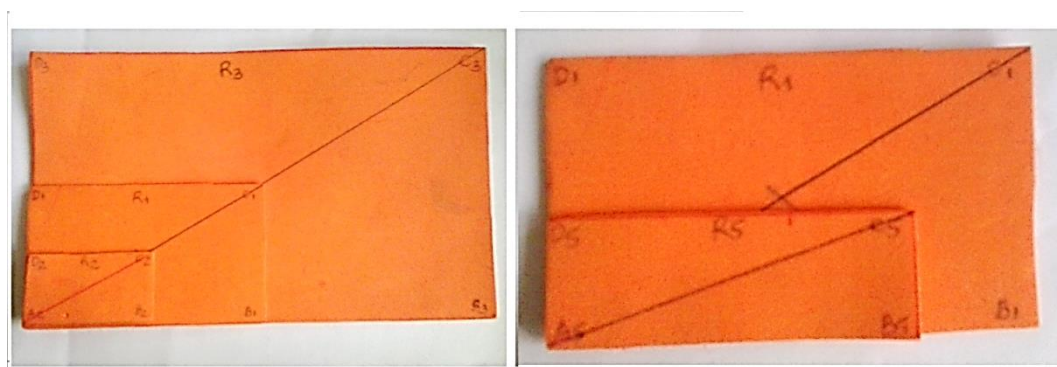
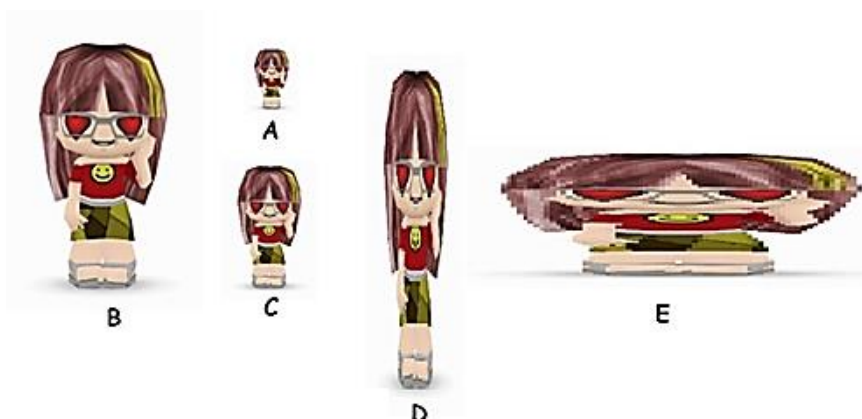


Figura 53 – Kit de retângulos: método da diagonal

Fonte: arquivo fotográfico da pesquisa de campo da autora

Na aula seguinte, a folha de atividade 4 (FAT-4), impressa com imagens distorcidas, ampliadas e reduzidas, diferentes das que foram trabalhadas pelos grupos no encontro anterior, foi distribuída às duplas para que identificassem a imagem original e as imagens reduzidas, ampliadas ou deformadas em relação à imagem original, conforme mostra a figura 54.



- 1- Escolha uma imagem para ser original. Anote ____.
- 2- Que imagem está ampliada em relação à original?
- 3- Que imagem está reduzida em relação à original?
- 4- Que imagem está distorcida em relação à original?

Figura 54– Folha de atividades 4 (FAT-4)

Fonte: Elaborado pela autora.

Os estudantes fizeram a tarefa de forma espontânea, não encontrando maiores dificuldades em sua execução. Dos 85 alunos que realizaram a atividade, 77 alunos identificaram 100% das imagens conforme o esperado, 6 alunos identificaram 50% das imagens conforme o previsto e 2 alunos identificaram 25% das imagens conforme o proposto (gráfico da figura 55). Alguns alunos perguntaram se deveriam especificar a dimensão em que a imagem havia sido deformada (em relação à altura ou ao comprimento).

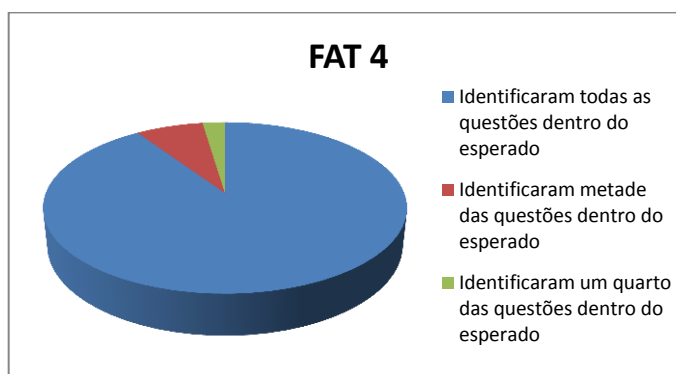


Figura 55 – Gráfico dos resultados da Folha de Atividades 4 (FAT-4)

Fonte: Elaborado pela autora.

O resultado obtido significa que a proposta de ensino apresentada associada às experiências que os alunos já trazem, em relação à ampliação e à redução de imagens, em seus usos diários; contribuiu positivamente para o aprendizado dos mesmos.

A atividade Ctrl C, Ctrl V no *Paint* procurou correlacionar o gesto peculiar da ampliação e redução de imagens da tecnologia *touchscreen*, presente nos atuais celulares e *tablets*, com a verificação gráfica e visual da proporcionalidade das imagens manipuladas. Ao utilizar o método da diagonal como uma estratégia para identificar retângulos homotéticos, os alunos puderam construir figuras semelhantes e proporcionais e, devido à posição, figuras homotéticas em um editor de imagens simples, visualizando e elaborando os conceitos propostos.

Kenski (2004) enfatiza que novas mídias necessitam de novas propostas, não velhas. Este tipo de atividade é um simples exemplo de que é possível desenvolver tarefas que evidenciem propriedades geométricas de figuras utilizando recursos informáticos variados, além de incluir as TIC no dia-a-dia da sala de aula. A atividade do *Paint* evidenciou que os alunos, nativos digitais e supostamente familiarizados com as TIC, não conhecem o uso das teclas Ctrl+C, Ctrl+V, Ctrl+X utilizadas para copiar, colar e recortar imagens e textos nos respectivos editores. Tal fato indica que, mesmo com certo domínio da tecnologia, o uso que a

maioria faz dela não abrange tudo com que lidam e aprendem. Práticas dessa natureza podem ser criadas pelo professor para também despertá-los sobre a função pedagógica de um recurso informático.

A seguir analisaremos o bloco de atividades dos Pantógrafos descrito anteriormente no terceiro capítulo, na seção que desenvolve a nossa proposta pedagógica.

3.2 O Bloco de Atividades dos Pantógrafos

Conforme explicitado na proposta, relembro que o pantógrafo de Scheiner (Figura 56) é um instrumento utilizado por aqueles que necessitam ampliar ou reduzir proporcionalmente imagens que possuem contornos e detalhes complexos e precisam ser reproduzidos com precisão.

O conjunto de atividades foi desenvolvido em quatro tempos de aulas de 50 minutos cada⁵¹. Os depoimentos das turmas foram gravados em áudio nas aulas ocorridas na semana de 06 a 10 de janeiro de 2014, em suas respectivas salas de aula.

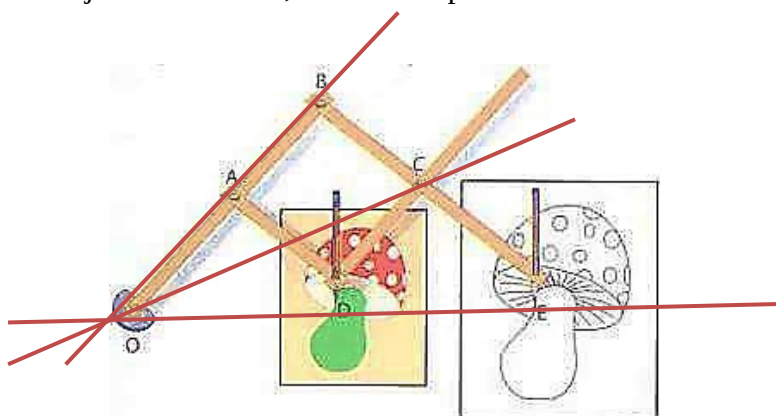


Figura 56 - Pantógrafo ampliando a imagem original,

Fonte: Adaptado pela autora da imagem disponível em <http://www.prof2000.pt/users/ajlopes/af08/Justino/pantografo.JPG>. Acesso em 30 mar. 2014

O objetivo desse bloco de atividades foi trabalhar o conceito de figuras homotéticas mediante a manipulação de *applets*⁵² de pantógrafos virtuais. Diferentemente do trabalho com o *kit* de retângulos de E.V.A., que explorou o método da diagonal como recurso de visualização de figuras ampliadas e reduzidas, esse bloco de atividades teve como propósitos:

⁵¹ Dois tempos na semana de aulas de 20 a 24 de maio de 2013 e dois tempos na semana de 16 a 20 de dezembro de 2013. Houve necessidade de um intervalo para que os demais conteúdos do planejamento curricular da série fossem trabalhados.

⁵² Disponível em http://www.macchinematematiche.org/index.php?option=com_content&view=article&id=75&Itemid=152

- a observação das características, propriedades e relações entre as figuras representadas e manipuladas no *applet* por pantógrafos de diferentes características, conforme apresentado no capítulo 3, seção relativa à atividade V.
- a execução da folha de atividades 8 da implementação.

Recursos computacionais e ferramentas disponíveis na Internet podem ser parceiras em situações de aprendizagem. Neste caso, o *applet* (BAIRRAL, 2009) foi utilizado como um recurso para ajudar a visualização das características e propriedades das figuras transformadas nos pantógrafos pelos estudantes.

Com as atividades, os estudantes puderam perceber a relação existente entre a ponta seca (ponteiro) e a ponta que desenha (traçador), correlacionando-os com os vértices correspondentes de figuras homotéticas, que definem retas concorrentes no centro de homotetia, ponto fixo do pantógrafo, conforme mostra a figura 56. É importante frisar que essa prática se distinguiu da atividade do *Paint* por mostrar a relação existente entre os pontos correspondentes e o centro de homotetia, o que não necessariamente pode acontecer na proposta anterior.

O primeiro encontro do bloco de atividades do pantógrafo foi planejado para dois tempos de aula e organizado segundo a divisão apresentada no Quadro 6.

Começamos o primeiro encontro da atividade dos pantógrafos fazendo perguntas que motivassem a turma a executar as atividades para depois apresentar a tarefa. Após a apresentação inicial, as duplas de estudantes deveriam acessar a página do site do *applet* e fazer as primeiras movimentações no pantógrafo virtual, alterando os valores a e b da aplicação e observando o resultado dessas alterações no desenho. O desenho feito no aplicativo deveria ser trabalhado no *Paint* e identificado, para depois ser salvo.

Quadro 6 - Organização do conjunto de atividades do Pantógrafo

Encontro 1 – 100 minutos (2h/a)		
Nº	Etapas	Estimativa de Tempo
1	Apresentação da atividade e perguntas motivadoras	20 min
2	Localização e acesso ao site	15 min
3	Ambientação e experimentação do <i>applet</i> .	40 min
4	Registro do desenho feito no <i>applet</i> , no <i>Paint</i>	15 min
5	Salvamento do arquivo	10 min

Fonte: Elaborado pela autora

Essas atividades serviram como ambientação para manipulação dos *applets* dos pantógrafos virtuais da etapa subsequente. O *blog* homotetia através de aplicativos dinâmicos atuou como instrumento de diálogo *on-line* entre a pesquisadora e os alunos. A postagem do dia 18 de maio de 2013 direcionava os estudantes para a página do aplicativo e fazia um convite à experimentação (Figura 57).

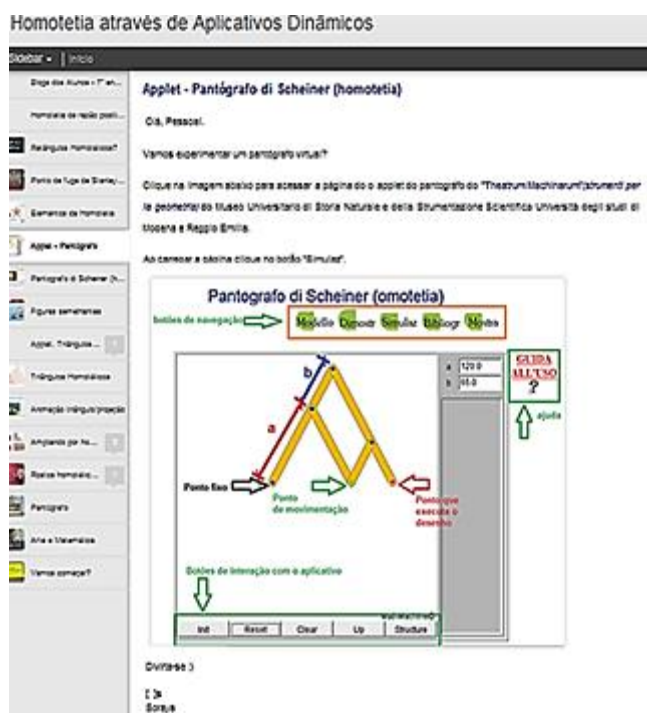


Figura 57 - Print da postagem do Applet do Pantógrafo virtual de Scheiner

Fonte: Blog da autora, disponível em

<http://homotetiacomaplicativosdinamicos.blogspot.com.br/2013/05/applet-pantografo.html>

Acesso em 30 mar. 2014

Ao iniciar a atividade foi perguntado se alguém da turma conhecia o pantógrafo e se sabia o que o instrumento fazia. Um pantógrafo foi apresentado aos alunos. A maioria não conhecia o instrumento e não tinha ideia de sua função. A postagem do dia 22 de fevereiro de 2013 do *blog* “Homotetia através de Aplicativos Dinâmicos”⁵³ antecipava a explicação da aula. Foi abordado que atualmente possuímos muitos recursos digitais para editar imagens de vários tamanhos; entretanto, nem sempre foi assim. Em um passado não tão distante, quando era necessário desenhar objetos, de forma rigorosa e precisa, em tamanhos proporcionalmente maiores ou menores, o desenhista utilizava o pantógrafo para ampliar ou reduzir manualmente desenhos, com precisão. O pantógrafo foi utilizado na arquitetura, nas artes visuais e na

⁵³ Disponível em <http://homotetiacomaplicativosdinamicos.blogspot.com.br/2013/02/ola-pessoal.html>. Acesso em 30 mar.2014.

cartografia, áreas em que os desenhos podem possuir contornos complexos e detalhes característicos, representados por linhas⁵⁴ de formas variadas; o que dificulta a reprodução manual com precisão.

Os discentes manipularam livremente o *applet* do pantógrafo virtual de Scheiner, cuja estrutura é montada segundo o conceito de homotetia. As representações feitas no *applet* não poderiam ser salvas, então foi solicitado para que cada dupla fotografasse a tela dos respectivos desenhos, através da tecla *print screen* do computador, e colassem a imagem da tela em um arquivo novo no *Paint*, identificando os respectivos trabalhos e salvando o arquivo em uma pasta, na área de trabalho, para que pudessem ser coletados posteriormente (Figura 58).

A segunda etapa do conjunto de atividades do pantógrafo tinha o objetivo de manipular *applets* de diferentes tipos de pantógrafos, observar as figuras obtidas da manipulação e responder o questionário da folha de atividades 8 (FAT-8)⁵⁵. Ao verificar as respostas das questões propostas na tarefa analisamos o registro dos alunos em relação às questões que conduziram a atividade ao interagir com os *applets*.

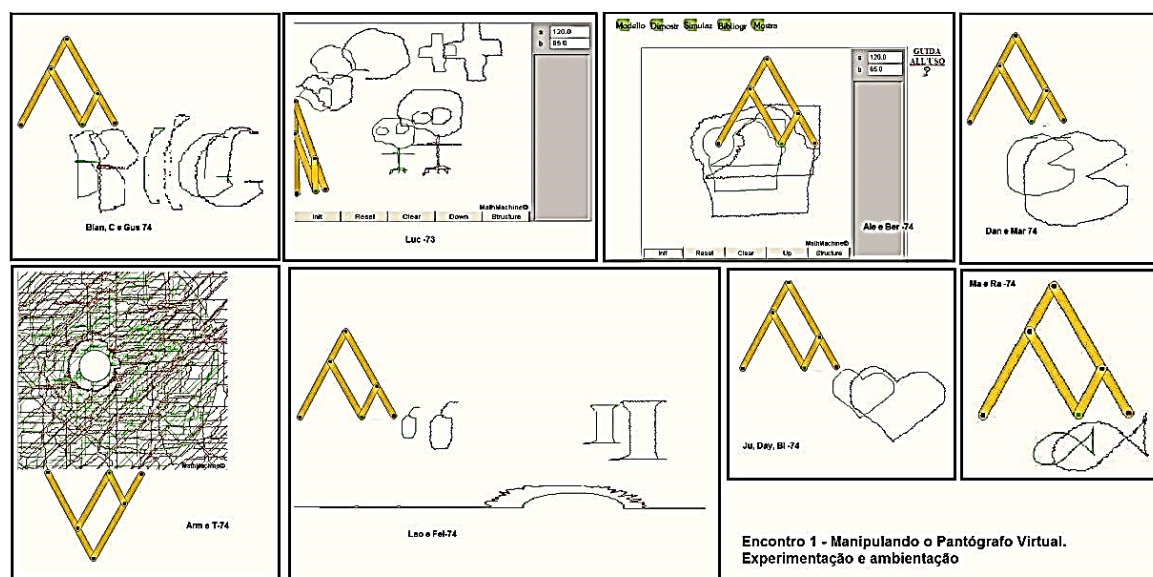


Figura 58 - Atividades de ambientação - Recortes de trabalhos dos alunos com o *applet* do Pantógrafo virtual de Scheiner

Fonte: organizado pela autora

⁵⁴ Linha reta, curva, poligonal, sinuosa ou mista.

⁵⁵ Conforme mostrado anteriormente no capítulo 3, seção 3.2, atividade IV: Pantógrafos.

A organização da referida etapa de atividades do pantógrafo foi planejada para dois tempos de aula, conforme a divisão apresentada no Quadro 7. As turmas foram divididas em duplas. Estas duplas deveriam acessar os *applets* do site da *Associazione Macchine Matematiche*⁵⁶, e responder questões relativas à atividade, disponibilizadas na área de trabalho de cada computador. Para isso a manipulação dos aplicativos dos pantógrafos virtuais seria importante, pois motivariam a observação das características das figuras desenhadas por cada pantógrafo, além de suas características estruturais. Os arquivos deveriam ser identificados com o nome da dupla de estudantes e salvos na área de trabalho do computador para análise posterior.

Quadro 7 - Organização do conjunto de atividades do Pantógrafo

Encontro 2 – 100 minutos (2h/a)		
Nº	Etapas	Estimativa de Tempo
1	Acesso ao site e à folha de atividades 8	10 min
2	Manipulação dos <i>applets</i> – Pantógrafo virtual	40 min
3	Execução das respostas da folha de atividades 8	45 min
4	Salvamento do arquivo	05 min

Elaborado pela autora

No LEDEN, os alunos se organizaram em duplas. Essas duplas deveriam responder às questões elaboradas sobre o pantógrafo de Scheiner (homotetia) e sobre outro pantógrafo diferente, dentre os quatro ofertados⁵⁷, escolhido a critério de cada dupla. Para auxiliar na análise das questões, os alunos poderiam acessar os *applets* dos respectivos pantógrafos nas páginas do site *Associazione Macchine Matematiche*⁵⁸.

Durante a atividade, foram deixados à vontade para que manipulassem os recursos dinâmicos do site, respondessem as questões e fizessem suas observações. O auxílio e a mediação do professor ocorreram mediante a solicitação dos alunos que necessitaram de tal intervenção. A maioria das duplas manipulou os *applets* do site para responder às questões da FAT-8 e pareciam gostar de utilizá-los. O tempo planejado para a exploração demonstrou ter sido insuficiente, pois as duplas demoraram a responder às questões. Talvez isso tenha

⁵⁶ Disponível em http://www.macchinematematiche.org/index.php?option=com_content&view=article&id=75&Itemid=152. Acesso em 30 mar. 2014.

⁵⁷ Os outros tipos de pantógrafos estão incluídos na nossa proposta de atividades para o tema, capítulo 3, seção 3.2.

⁵⁸ Disponível em http://www.macchinematematiche.org/index.php?option=com_content&view=article&id=112&Itemid=195. Acesso em 30 mar.2014.

ocorrido devido ao acesso do arquivo das perguntas, que ficava sobreposto à página do site impedindo a visualização e a manipulação do recurso dinâmico. Isso deixou alguns estudantes inquietos. Tal inquietação levou essas duplas a pesquisarem uma forma de colocar as duas janelas minimizadas (a do *Word* e a do navegador) na tela do monitor, de forma que pudessem manipular os *applets* e responder às perguntas da FAT-8 mais facilmente. Alguns acharam as perguntas da FAT-8 muito complexas. Foi proposto inicialmente que cada dupla deveria responder as perguntas relativas aos cinco pantógrafos da atividade. Todavia, devido ao tempo, priorizei observação do pantógrafo de Scheiner estruturado sob os princípios da homotetia, e de outro à escolha da dupla. As turmas 71 e 74 não conseguiram responder a todas as perguntas relativas aos dois pantógrafos. Por esse motivo, escolhi as turmas 72 e 73 para análise dessa atividade.

As questões da folha de atividades 8 (FAT-8) foram elaboradas para estimular a observação dos alunos em relação à forma de construção do pantógrafo, suas dimensões, formatos e como esse conjunto de elementos atua na reprodução de figuras planas: seu tamanho, formato e posição. Os quadros 3A, 3B e 3C, que foram apresentados no capítulo 2, mostram os objetivos de cada pergunta elaborada para as atividades.

As perguntas relativas à estrutura do pantógrafo (Quadro 3A) intencionavam levar o aluno a identificar os polígonos formados por suas hastes e verificar a relação desses polígonos com a figura desenhada pelo instrumento. No caso do pantógrafo de homotetia (Scheiner), objeto de nosso estudo, observar os triângulos formados pelo pontos OAQ e OBP, o paralelismo entre os segmentos AQ e BP e entre OB e CQ, assim como o paralelogramo definido por ABCQ, conforme mostra a figura 59. Identificar o ponto fixo do sistema (O) e verificar como os pontos articulados (A, B e C) e os pontos livres (P e Q) mantêm a relação entre a figura original e a figura transformada (figura 59).

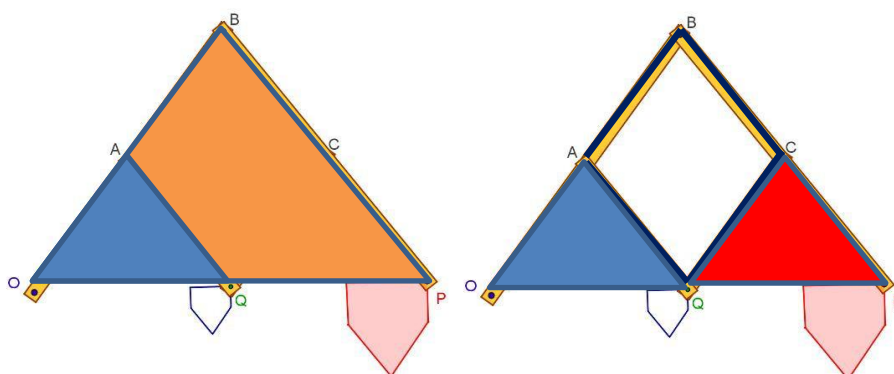


Figura 59 - Polígonos formados pelas hastes do pantógrafo de Scheiner.

Fonte: elaborado pela autora

Devido a alguns imprevistos apenas dezoito questionários puderam ser analisados. Examinando as respostas da parte 1 da folha de atividades 8, percebi algumas respostas contrastantes, conforme ilustrado no gráfico da figura 60.

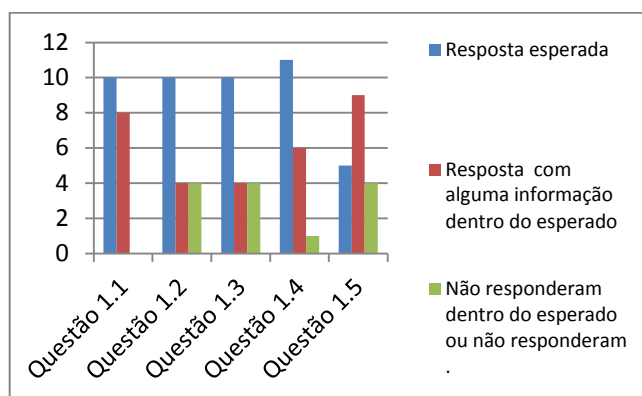


Figura 60 - Gráfico das respostas da primeira parte da FAT-8

Fonte: Elaborado pela autora

Na questão 1.1, alguns alunos não perceberam que as hastes OB e BQ eram mais compridas que as demais. Na questão 1.2, algumas duplas responderam “pentágono”, polígono que estava ilustrando a atividade (Figura 59) no site e na FAT-8, confundindo os polígonos formados pelas hastes do pantógrafo com o polígono desenhado pelo ponteiro P. Na questão 1.3, quatro duplas confundiram os vértices livre com os vértices limitados e quatro não responderam. Diante dos resultados obtidos, analisou-se a adequação do vocabulário empregado para a realização da atividade proposta e para a faixa etária à qual se destinou a atividade ou, ainda, se alguma outra situação teria contribuído para a confusão na elaboração da resposta. Na questão 1.4, curiosamente o número de duplas voltaram a trocar a identificação dos vértices limitados com os vértices fixos e o número de respostas conflituosas aumentou, em relação às respostas da questão 1.3. Na questão 1.5, nove duplas responderam com algum elemento que poderia ter sido desenvolvido na direção da resposta mais apropriada, mas não a concluíram a contento.

Fragmento do Quadro 3A

Estrutura do Pantógrafo		
Nº	Pergunta	Objetivo
1.1	Quantas hastes compõem o pantógrafo?	Verificar o número de hastes da estrutura de cada pantógrafo.

Na questão 1.1, a resposta esperada era quatro hastes, entretanto oito duplas não perceberam que as hastes AB e BP eram maiores que as hastes AQ e CQ, para que a articulação do pantógrafo de Scheiner funcionasse adequadamente. Nenhuma dupla deixou de responder essa questão.

Fragmento do Quadro 3A

Estrutura do Pantógrafo		
Nº	Pergunta	Objetivo
1.2	Que figura geométrica é formada pelas hastes ABCD e BCQP?	Identificar as figuras geométricas definidas pelas hastes.

Doze duplas identificaram corretamente os polígonos formados pelas hastes dos pantógrafos, mas poucos identificaram o polígono de quatro lados como paralelogramo. A maioria identificou o polígono que surgia em determinado momento estático do movimento do *applet*: quadrilátero, retângulo, losango, quadrado; não observando que durante a movimentação os ângulos internos do paralelogramo se alteravam, mas que a relação de paralelismo e congruência entre os lados opostos se mantinha. Poucos alunos perceberam as possíveis alterações das dimensões do paralelogramo ao se deslizar os cursores relativos aos segmentos a e b do *applet* do pantógrafo (Figura 61).

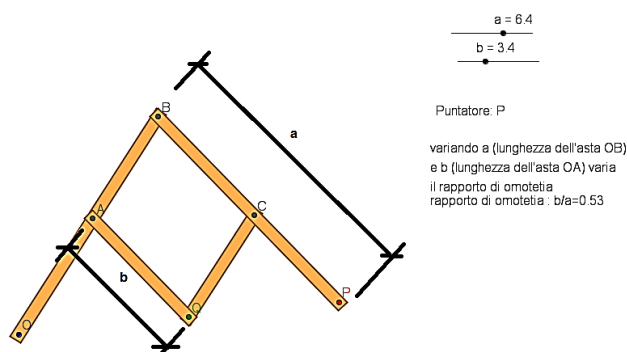


Figura 61 – Print da tela do *applet* do pantógrafo de Scheiner

Fonte: <http://www.macchinematematiche.org/images/macchine/trasformazioni/simulazioni/omotetia.html>

Fragmento do Quadro 3A

Estrutura do Pantógrafo		
Nº	Pergunta	Objetivo
1.3	Quais são os vértices livres?	Identificar os pontos que se movimentam livremente.
1.4	Quais são os vértices limitados?	Identificar os pontos que se movimentam através do movimento de outros.

Algumas duplas trocaram as respostas 1.3 e 1.4, relativas à identificação dos pontos livres e pontos limitados do instrumento. Não ficou claro se as duplas escreveram as respostas sem prestar atenção no local correto ou se realmente não entenderam que alguns vértices tinham seus movimentos restritos ao movimento de outros vértices.

Fragmento do Quadro 3A

Estrutura do Pantógrafo		
Nº	Pergunta	Objetivo
1.5	Por que são limitados?	Analisar o motivo da limitação de movimento de alguns vértices

Apesar da maioria ter identificado os polígonos formados pelas hastes do pantógrafo na questão 1.2, as respostas da questão 1.5 indicam que os participantes não sabiam explicar a causa da limitação de alguns pontos do pantógrafo (cinco questionários apresentaram respostas dentro do esperado; nove questionários apresentaram respostas com alguma informação dentro do esperado e três duplas não responderam ou não responderam dentro do esperado). Essa informação ajudaria a responder questões das etapas posteriores.

As perguntas sobre a segunda parte da FAT-8 procuravam instigar a observação dos estudantes para a figura desenhada pelo instrumento e sua respectiva movimentação. No caso do pantógrafo de Scheiner (homotetia), verificar a existência de semelhança entre a figura original e a figura desenhada, assim como identificar sua ampliação ou redução. Nessa parte da atividade era necessário ler com atenção a pergunta, observar o movimento dos ponteiros no *applet* e elaborar a resposta. O alto número de questões não respondidas ou respondidas fora do esperado levou à hipótese de se considerar se os enunciados das questões estavam claros ou se a atividade deveria ser apresentada de forma diferente.

O gráfico da figura 62 ilustra o levantamento das respostas relacionadas a essa etapa da atividade. A rejeição às perguntas 2.4 e 2.5 é nítida. Na questão 2.4 seria preciso comparar a forma e o tamanho das linhas, polígonos, curvas desenhadas pelo pantógrafo de Scheiner e verificar a semelhança da figura original e desenhada. Na questão 2.5, seria necessário descrever como os pontos da figura desenhada pelo ponteiro P poderiam ser determinados na ausência do pantógrafo.

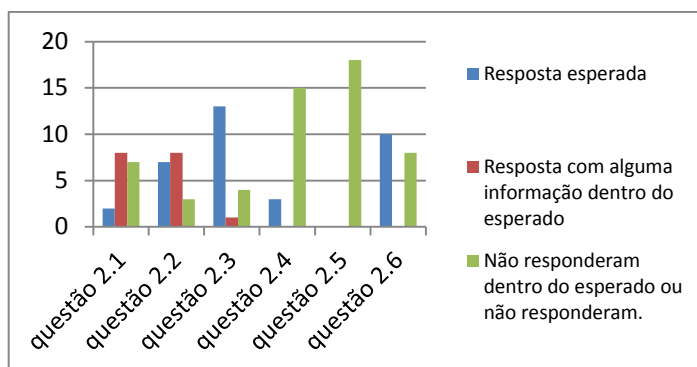


Figura 62 – Gráficos das respostas da segunda parte da FAT-8

Fonte: Elaborado pela autora.

As respostas desta etapa da FAT-8 mostraram outras particularidades. Na execução dessa atividade, percebeu-se que alguns estudantes estavam pouco envolvidos com a movimentação dos *applets* e poucas duplas estavam em sintonia com a proposta de movimentação e observação do *applet*, e respondendo às questões propostas de forma mais participativa e consciente.

Fragmento do Quadro 3B

O que o pantógrafo faz?		
Nº	Pergunta	Objetivo
2.1	Se o ponteiro P descrever um segmento (com determinado comprimento), que figura que o traçador Q desenhará?	Observar o movimento que o ponteiro e o traçador fazem ao se movimentarem no plano e a figura desenhada resultante desse movimento.

Observou-se que um número pequeno de alunos respondeu a questão 2.1 dentro do esperado e a maioria respondeu com alguma informação esperada, mostrando que talvez o enunciado da questão não estivesse claro para os estudantes.

Fragmento do Quadro 3B

O que o pantógrafo faz?		
Nº	Pergunta	Objetivo
2.2	Compare o tamanho, forma e posição das figuras desenhadas pelo ponteiro e traçador. Possuem o mesmo tamanho? São semelhantes?	Comparar as dimensões da figura original com as da figura desenhada.

Na questão 2.2, sete alunos responderam a questão da forma esperada, oito responderam com alguma informação dentro do esperado e três não responderam ou não responderam dentro do esperado. Foi possível inferir que a maioria dos alunos necessitava de

ajuda para compreender as perguntas e que poucos alunos do grupo possuíam um perfil mais independente, que atendessem à natureza de determinados tipos de atividade.

Fragmento do Quadro 3B

O que o pantógrafo faz?		
Nº	Pergunta	Objetivo
2.3	Quando o ponteiro <u>P</u> corre ao longo da forma de uma figura, o marcador <u>Q</u> corre ao longo da forma da figura correspondente, no mesmo sentido ou não?	Observar o sentido do movimento feito pelo ponteiro e pelo traçador.

Na pergunta 2.3, esperava-se que os alunos percebessem o sentido de movimentação entre os vértices correspondentes do pantógrafo de Scheiner responsáveis pela representação das figuras: o ponteiro e o traçador. O gráfico da figura 60 mostra que este objetivo da questão 2.3 foi contemplado.

Fragmento do Quadro 3B

O que o pantógrafo faz?		
Nº	Pergunta	Objetivo
2.4	Se o ponteiro <u>P</u> segue uma curva ou descreve uma figura, em seguida o traçador <u>Q</u> desenha uma curva ou uma forma de _____.	Analisar a dimensão e formato do desenho obtido pelo pantógrafo.

Na frase 2.4 as duplas deveriam completar a lacuna com palavras que indicassem a forma e tamanho da figura transformada. No caso do pantógrafo de Scheiner a forma da figura desenhada é semelhante à figura original. Apenas 3 duplas responderam conforme o esperado e a grande maioria não respondeu ou não respondeu conforme o esperado. Talvez a estrutura da frase não estivesse suficientemente clara para levar o aluno a completá-la da forma adequada, após a manipulação do *applet*.

Fragmento do Quadro 3B

O que o pantógrafo faz?		
Nº	Pergunta	Objetivo
2.5	Se existisse no plano um ponto <u>R</u> e fosse necessário determinar o ponto <u>S</u> correspondente pelo traçador, como o ponto <u>S</u> pode ser obtido a partir do ponto <u>R</u> , sem o uso do pantógrafo?	Descrever a sequência de traçados para obter o desenho sem o auxílio do pantógrafo.

Na questão 2.5, esperava-se que as duplas descrevessem uma maneira de conseguir um ponto S homotético do ponto R dado, sem a utilização do pantógrafo, utilizando os instrumentos de desenho tradicionais ou um programa de geometria dinâmica. Entretanto, nenhum estudante respondeu à pergunta. As duplas deveriam manipular o *applet* para visualizar o movimento para depois organizar a sequência de respostas e elaborar a descrição textual.

Fragmento do Quadro 3B

O que o pantógrafo faz?		
Nº	Pergunta	Objetivo
2.6	Que transformação é executada pelo pantógrafo?	Identificar a transformação pontual executada pelo pantógrafo.

Na questão 2.6, dez alunos identificaram, conforme o esperado, a transformação plana do pantógrafo de Scheiner e oito duplas não responderam, conforme o esperado ou não responderam a questão.

A terceira parte da FAT-8 tinha o objetivo de levar o aluno a observar e perceber as características do pantógrafo responsáveis pela manutenção da relação entre os vértices ponteiro e traçador. No caso do pantógrafo de Scheiner (homotetia), verificar que o ponto fixo era o centro de homotetia; a correspondência entre os vértices A, B e P, Q; o paralelismo entre as hastes AQ e BP (garantido pela movimentação dos vértices limitados). O gráfico da figura 63 mostra o levantamento das respostas relativo a essa etapa da atividade.

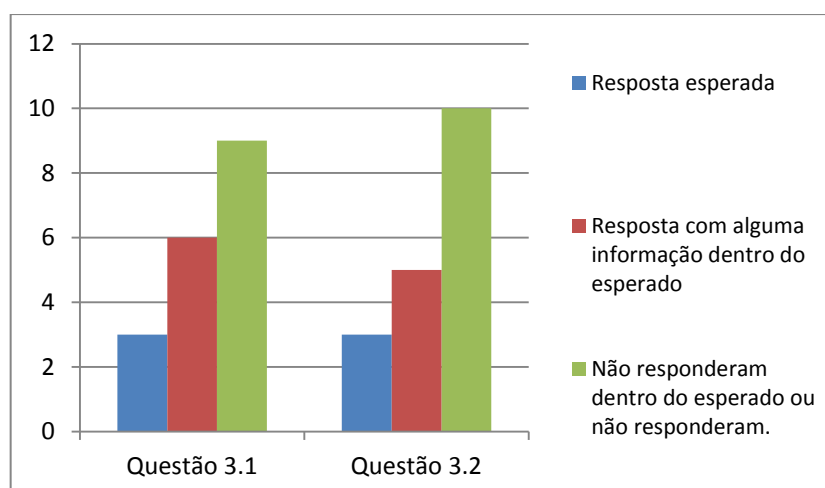


Figura 63 – Gráficos das respostas da terceira parte da FAT-8

Fonte: Elaborado pela autora.

As respostas dessa parte da FAT-8 precisariam de maior observação e elaboração para serem respondidas. Apenas três duplas solicitaram ajuda para manipular o *applet* e

observar o seu movimento. A maioria não respondeu às questões 3.1 e 3.2. Mais uma vez considerou-se que uma formulação distinta das perguntas, fazendo uso de uma construção mais pontual, poderiam auxiliar os alunos a alcançarem a resposta final, tendo maior clareza de o caminho a seguir. Outro fator importante é que essa etapa foi abordada pela maioria das duplas no final da atividade.

Fragmento do Quadro 3C

Como o pantógrafo trabalha?		
Nº	Pergunta	Objetivo
3.1	Que características do pantógrafo permitem a manutenção da relação entre os pontos <u>P</u> e <u>Q</u> ?	Identificar a relação entre as hastes congruentes e sua posição relativa no conjunto.

Na questão 3.1, apenas duas duplas responderam conforme o esperado, cinco responderam com alguma informação dentro do esperado e a maioria não respondeu conforme o esperado ou não respondeu.

Fragmento do Quadro 3C

Como o pantógrafo trabalha?		
Nº	Pergunta	Objetivo
3.2	Justifique a resposta.	Correlacionar às características da figura original e transformada com as propriedades estruturais do pantógrafo.

Na questão 3.2, justificativa da questão 3.1, três duplas responderam conforme o esperado, quatro responderam com alguma informação dentro do esperado e dez duplas não responderam a questão. Constatou-se que a maioria das duplas estava com dificuldades ou com desânimo para elaborar e escrever as respostas desta etapa da atividade.

Como elemento complementar para esta pesquisa foi registrado em áudio uma conversa informal com alguns alunos das turmas 71, 74 e com três alunas da turma 73, com o objetivo de coletar impressões mais diretas sobre a atividade. Nessa conversa as questões 1.2, 2.6 e 3.1 da FAT-8 foram abordadas, uma vez que não haviam sido respondidas a contento; além de perguntar sobre suas impressões em relação à atividade. Foi realizada uma revisão da atividade pontuando sobre as características da figura transformada gerada pelo pantógrafo de Scheiner: a posição do ponto fixo e dos pontos livres (ponteiro e traçador), os polígonos formados pelas hastes e as propriedades destes polígonos que estruturam o movimento do pantógrafo.

A produtiva conversa com as alunas⁵⁹ Ina, Rel e Uli da turma 73 confirmou algumas impressões surgidas na análise das respostas da FAT-8. Rel e Uli acharam as perguntas da referida atividade de difícil compreensão e que deviam ser mais diretas. Ina afirmou que procurou observar mais o *applet* para responder algumas questões, conforme mostra o trecho da transcrição da conversa reproduzido abaixo (Apêndice 3).

¹ **Professora:** A ideia do trabalho era que vocês respondessem às questões de cada pantógrafo e pudessem manipulá-los no site.

² **Rel:** Achei difícil, complicado. Achei as perguntas muito elaboradas.

³ **Uli:** Melhor se fosse direto.

⁴ **Ina:** Rel, você não fez.

⁵ **Rel:** Fiz, sim.

⁶ **Uli:** Tá gente, independente...

⁷ **Professora:** Tá vendo como a gente descobre as coisas?

⁸ **Rel:** Não, mas eu ajudei.

⁹ **Ina:** Mas pode botar o nome no trabalho.

¹⁰ **Rel:** Eu ajudei.

¹¹ **Professora:** Não vou... a ideia não é detonar ninguém. A ideia é aprimorar. Tá vocês acharam as perguntas muito assim ... difíceis. Tinham que ser mais simples?

¹² **Ina:** Teve umas que eu tive mais dificuldade, mas eu não achei tão difícil.

¹³ **Rel:** É.

¹⁴ **Professora:** Mas a dificuldade era por quê?

¹⁵ **Ina:** Uma ou outra pergunta era normal, outras precisei prestar mais atenção, precisei observar mais.

¹⁶ **Professora:** Mas a ideia é essa.

¹⁷ **Rel:** Eu acho que a ideia de colocar em dupla foi melhor.

¹⁸ **Ina:** Por que será, né Rel?

¹⁹ **Rel:** Porque se fosse individual ia ter muito problema na compreensão.

²⁰ **Professora:** Mas gente, a ideia de fazer em dupla... é que um ajude o outro.

²¹ **Uli:** É professora, mas no que a ... vai me ajudar?

²² **Professora:** Dependendo da dupla...né?

²³ **Uli:** Complicado...

²⁴ **Ina:** Eu consegui fazer. Perguntas... se era aquela haste ou era aquela outra...

²⁵ **Professora:** Mas ai é questão de observação.

²⁶ **Ina:** Ai é questão de compreensão mesmo.

Nesse trecho da conversa, foi constatado que algumas duplas não realizaram a atividade de forma colaborativa e que talvez os enunciados das perguntas da FAT-8 não estivessem suficientemente claros para o nível de alguns alunos.

⁵⁹ Nomes fictícios escolhidos pela autora para resguardar o anonimato das entrevistadas.

As estudantes Ina, Rel, Uli verbalizaram que entenderam melhor o conteúdo homotetia, pois foi mais desenvolvido em relação às demais transformações pontuais (simetria central, simetria axial, translação e rotação).

²⁷ **Rel:** Eu entendi mais homotetia.

²⁸ **Uli:** A gente viu mais homotetia.

²⁹ **Professora:** Ah.... Por que você sabia mais homotetia?

³⁰ **Uli:** Porque a gente aprofundou mais no primeiro trimestre.

³¹ **Rel:** A gente aprofundou mais.

³² **Ina:** Tanto que o ano passado também, a gente já tinha estudado um pouquinho e este ano a gente estudou mais.

³³ **Rel:** Eu acho homotetia...

³⁴ **Professora:** Mas homotetia é o objetivo do meu trabalho de campo...

³⁵ **Ina:** Então, o ano passado a gente já tinha feito e esse ano aprofundou mais ainda...

³⁶ **Uli:** É...

³⁷ **Professora:** Então vocês acham que isso ajudou vocês a identificarem, não é isso?

³⁸ **Ina:** É, foi mais fácil.

Em outro momento da nossa conversa informal falamos sobre o formato polígonos formados pelas hastes do pantógrafo de Scheiner e sobre as propriedades destes polígonos que se relacionavam com as características da figura transformada.

³⁹ **Professora:** Então, tá. Esse pantógrafo que era o ultimo, né? Era de homotetia. Vocês perceberam que esse (indicando no desenho apoiado na mesa do professor) miolo aqui do meio... ele forma que figura geométrica?

⁴⁰ **Ina:** Tem que ver...

⁴¹ **Professora:** Mas olha pra cá (apontando para o desenho). Esse miolo aqui...

⁴² **Ina:** Isso forma um losango.

⁴³ **Professora:** O losango é que figura geométrica?

⁴⁴ **Ina:** Não é um quadrado deformado?

⁴⁵ **Professora:** É... ele é um quadrilátero, um paralelogramo. Você acha que se ele não tivesse esse quadrilátero aqui no meio... você faria as figuras...

⁴⁶ **Ina, Uli e Rel:** Não.

⁴⁷ **Professora:** Então o que tá garantindo esse ponto que passa em cima da figura, que é o traçador, desenhe aqui (apontado para a figura no papel)? E o que tem no quadrilátero de especial, aqui? Agora a gente já viu. Posso perguntar isso pra vocês.

⁴⁸ **Ina:** O quadrado.

⁴⁹ **Professor:** E o quadrado tem lados opostos a quê?

⁵⁰ **Ina, Uli e Rel:** Paralelos.

⁵¹ **Professora:** E?

⁵² **Ina, Uli e Rel:** Iguais.

⁵³ **Professora:** Iguais, né? No caso, do quadrado são todos iguais. Mas o importante é que os lados opostos sejam paralelos, porque aí o que vai acontecer?

⁵⁴ **Uli:** A figura vai ser paralela... vai ser igual à outra.

⁵⁵ **Professora:** Vai ser igual, não... vai ser o quê?

⁵⁶ **Ina:** Homotética.

⁵⁷ **Uli:** Homotética.

⁵⁸ **Professora:** E homotética significa o quê?

⁵⁹ **Ina:** É semelhante.

⁶⁰ **Uli:** É proporcional.

⁶¹ **Professora:** Então, isso vocês aprenderam lá no primeiro trimestre. Então, isso vocês conseguem perceber?

⁶² **Rel:** Eu amo homotetia. Foi o trimestre que eu mais me dei bem. Tirei 9,5

⁶³ **Ina:** Não gosto de homotetia, não.

A conversa com as alunas da turma 73 também mostrou que o conceito de figuras semelhantes e de figuras homotéticas foi compreendido, assim como a identificação dos elementos do sistema: centro, figura original, figura homotética.

⁶⁴ **Professora:** Então, olha só (apontando para o desenho sobre a mesa). Aqui eu tenho o ponto fixo, no pantógrafo. Esse ponto é o traçador e esse é o ponto que desenha, né? Então dá pra você perceber aqui, neste sistema, os elementos da homotetia?

⁶⁵ **Ina:** Sim.

⁶⁶ **Professora:** Qual o centro da homotetia?

⁶⁷ **Rel:** Esse aqui (apontando para o desenho), não é?

⁶⁸ **Ina:** Losango.

⁶⁹ **Professora:** É o ponto fixo, não é isso? Esse ponto aqui (apontando para o desenho) vai ser o original/ponteiro e esse aqui vai ser o ...

⁷⁰ **Ina:** Traçador.

⁷¹ **Professora:** Isso. Que vai gerar a figura...

⁷² **Ina e Uli:** Homotética.

⁷³ **Professora:** Homotética. E se eu invertesse? Então aqui a figura ficou ampliada, nesse caso.

⁷⁴ **Ina:** Hum hum.

⁷⁵ **Professora:** Né? E se eu invertesse?

⁷⁶ **Uli:** Ia reduzir.

⁷⁷ **Professora:** Ah... E as duas são que tipo de homotetia? Do mesmo lado ou de lados opostos?

⁷⁸ **Uli:** Não entendi isso, não...

⁷⁹ **Professora:** A gente tem homotetia do mesmo lado e de lados opostos em relação ao centro de homotetia. Que tipo de homotetia é essa? Direta ou inversa?

⁸⁰ **Ina:** Direta.

⁸¹ **Professora:** Por quê?

⁸² **Uli:** Porque está no mesmo lado?

⁸³ **Ina:** Porque não inverte a figura.

⁸⁴ **Professora:** Exatamente. Certo? Tem necessidade de inverter aqui (mostrando o desenho)?

⁸⁵ **Uli e Ina:** Não.

⁸⁶ **Professora:** Qual o objetivo do pantógrafo?

⁸⁷ **Uli:** Desenhar a figura.

⁸⁹ **Ina:** Desenhar a figura semelhante.

⁹⁰ **Professora:** Semelhante... com uma razão...

⁹¹ **Ina:** Proporcionais.

⁹² **Professora:** Exatamente. Aqui ela não precisa estar do lado oposto. Ela precisa estar em um lado...

⁹³ **Ina:** Semelhante à original.

As alunas Ina e Uli gostaram de trabalhar com os *applets* dos pantógrafos. Uli acrescentou que o manipular dos pantógrafos facilitou ao responder as perguntas da FAT-8.

⁹⁴ **Ina:** Eu gostei da gente poder mexer no pantógrafo.

⁹⁵ **Professora:** No *applet* do site.

⁹⁶ **Uli:** Eu achei bem legal. Facilitou bastante para a gente analisar e responder às perguntas.

Para fechamento da análise, optei por observar as respostas individuais dos alunos de uma questão sobre o pantógrafo colocada na prova do 7º ano para o terceiro trimestre do ano letivo de 2013, do CAP-UERJ. A questão consistia em observar a imagem do pantógrafo e suas figuras e verificar se as afirmativas dadas eram verdadeiras ou falsas (Figura 64). As afirmativas foram inspiradas na FAT-8 e objetivavam verificar até que ponto os conceitos vivenciados pelas turmas durante a execução das atividades foram apreendidos.

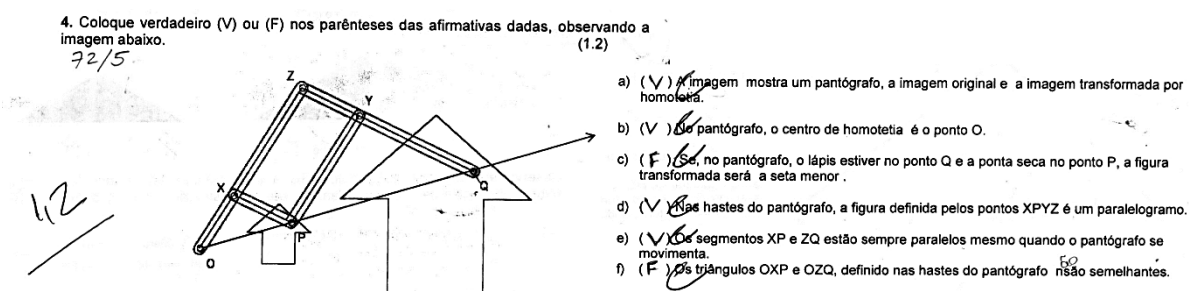


Figura 64 – Quarta questão da P3 Desenho – 7º ano de 2013

Fonte: elaborado pela autora.

Cento e dezesseis alunos fizeram a primeira chamada da prova do terceiro trimestre de 2013. Os gráficos das figuras 65 e 66 mostram, respectivamente, o desempenho dos alunos por turma e os índices de acertos das quatro turmas reunidas na referida questão. O gráfico da figura 67 mostra o número de acertos em cada item da questão.

Os gráficos das figuras 65, 66 e 67 mostram que a grande maioria dos alunos conseguiu um resultado satisfatório na quarta questão da prova do terceiro período letivo.

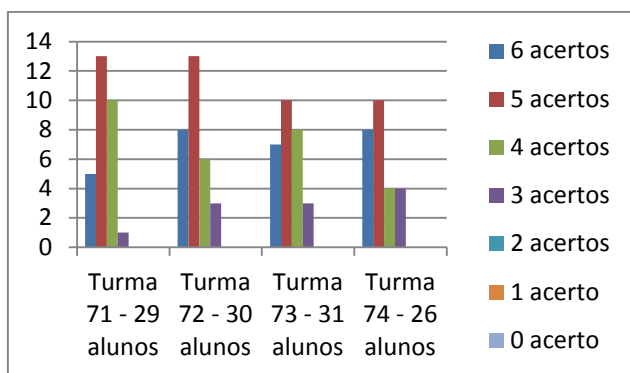


Figura 65 – Gráfico do total de acertos por turma da quarta questão da P3 de Desenho – 7º ano de 2013

Fonte: Elaborado pela autora.

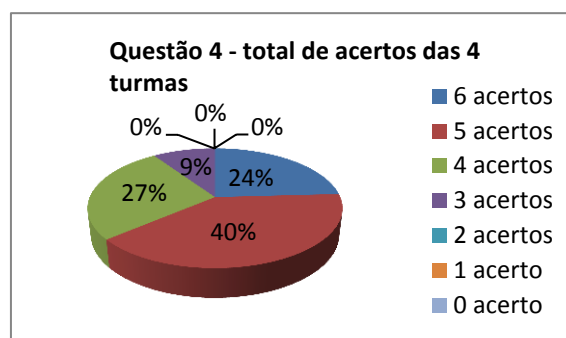


Figura 66 – Desempenho 4ª questão da P3 Desenho do 7º ano de 2013

Fonte: Elaborado pela autora.

Apesar do tipo de questão, que pode gerar acertos ocasionais, e da natureza da avaliação, as respostas da questão quatro da prova da terceira etapa (Figura 64) mostraram que a maioria dos alunos compreendeu o conceito de homotetia e conseguiu identificar seus elementos e relacionar as posições dos pontos P e Q, com a ampliação ou redução da figura original. O gráfico da figura 65 mostra que o desempenho de cada turma foi de médio para bom. O gráfico da figura 66 mostra que nenhum aluno zerou a questão, que um número pequeno de alunos conseguiu metade da pontuação da questão (3 acertos ou 6 pontos), que a grande maioria acertou cinco itens (1,0 pontos) e que quase um quarto dos alunos acertaram todas as afirmativas (1,2 pontos).

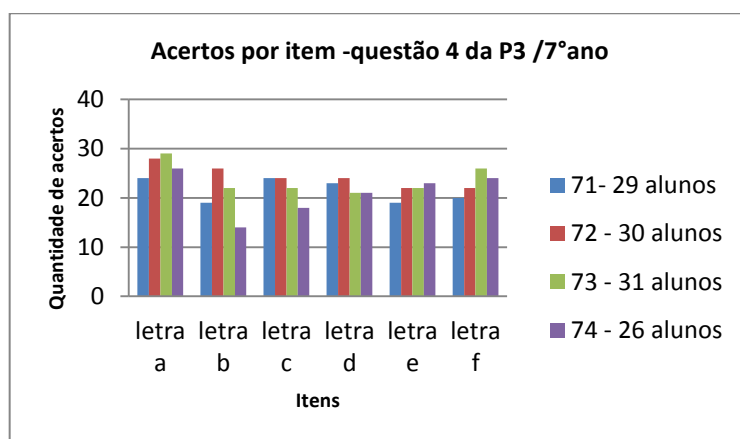


Figura 67 – Número de acertos por item da 4ª questão da P3 Desenho do 7º ano de 2013

Fonte: Elaborado pela autora.

O gráfico da figura 67 apresenta a quantidade de acertos por item da questão relativos a cada turma e mostra que o índice de acertos foi muito bom. A maior parte das afirmativas desta questão estava em nível elementar de dificuldade. As afirmativas foram

elaboradas de modo a contemplar os objetivos de algumas questões da FAT-8, obtendo as respostas que não foram fornecidas na ocasião da atividade dos pantógrafos e ratificando outras. O Quadro 8 mostra os objetivos das afirmativas da questão 4 da P3.

Quadro 8 - Objetivos das afirmativas da quarta questão da P3 Desenho – 7º ano de 2013

Item	Afirmativa da questão 4 da P3	Objetivo	Nº da questão na FAT-8 com objetivo similar
a	A imagem mostra um pantógrafo, a imagem original e a imagem transformada por homotetia.	Identificar o instrumento e a transformação dos polígonos que seriam gerados por ele	2.6
b	No pantógrafo, o centro de homotetia é o ponto O	Identificar o centro de homotetia do sistema	1.3 e 1.4
c	Se, no pantógrafo, o lápis estiver no ponto Q e a ponta seca no ponto P, a figura transformada será a seta menor.	Observar a posição dos ponteiros na imagem e visualizar o que aconteceria se tivessem suas posições invertidas Perceber que a figura desenhada pelo instrumento poderia ser ampliada ou reduzida dependendo da posição da ponta seca	2.4
d	Nas hastes do pantógrafo, a figura definida pelos pontos XPYZ é um paralelogramo	Visualizar o paralelogramo formado pelas hastes do instrumento.	1.2
e	Os segmentos XP e ZQ estão sempre paralelos mesmo quando o pantógrafo se movimenta	Visualizar o movimento do pantógrafo e da relação de paralelismo existente entre as hastes.	3.1
f	Os triângulos OXP e OZQ, definido nas hastes do pantógrafo não são semelhantes.	Identificar a semelhança entre a figura original e figura desenhada pelo pantógrafo.	2.1 e 2.2

Fonte: Elaborado pela autora.

As atividades analisadas foram elaboradas de modo a contemplar os aspectos conceituais organizados no Quadro 9.

Quadro 9 - Síntese dos aspectos conceituais de cada bloco de atividades

E. V. A.	Paint	Pantógrafo
Figuras semelhantes e homotéticas. Verificação visual de figuras semelhantes e homotéticas através do método da diagonal.		Figuras homotéticas (ampliadas ou reduzidas) produzidas pelo instrumento. Identificação dos elementos do sistema
Manipulação do kit de retângulos de E.V.A.	Manipulação das imagens no Paint	Manipulação dos <i>applets</i> dos pantógrafos de Scheiner

Fonte: Elaborado pela autora

Os sujeitos de nossa pesquisa são os estudantes nativos digitais, que nasceram convivendo com os recursos da tecnologia digital (PRENSKLY, 2001). Em seu cotidiano sabem habilmente: editar imagens e vídeos; enviar de fotografias capturadas em aparelhos celulares para redes sociais; acessar a Web no celular, no *iPad* ou Tablet; pesquisar na Web

conteúdos diversos; ouvir música simultaneamente com que realiza outras atividades; enviar arquivos via e-mail; entre outras atividades. Tal desenvoltura é tanta que deixa atônitos os imigrantes digitais, integrantes das gerações Baby Boomer, X e Y (Figura 68).



Figura 68: Gerações X, Y e Z

Fonte: Disponível em: <http://convergenciaxyz.wordpress.com/comportamento-2/baby-boomers-x-y-e-z/> Acesso em 28 Set. 2013

Diante de todo esse conjunto de recursos disponíveis na rede, por que não utilizá-los em prol da educação desses jovens nativos digitais? Utilizar a Web para pesquisar assuntos diversos que sejam complementares, ampliar e interagir conteúdos, habilidades, conhecimentos e experiências? Estamos propondo verificar a possibilidade de associação das habilidades dos alunos nativos digitais às atividades e conteúdos desenvolvidos no cotidiano escolar.

Tal como Prensky (2001), pesquisadores sinalizam tal possibilidade: Lévy (1993), Bairral (2009) e Kenski (2004) que enfatiza a necessidade de novas propostas que contemplem novos recursos. Por isso é extremamente importante a atualização do corpo docente para a utilização das TIC, levando em consideração que os recursos que são naturalmente atraentes e estimulantes para os alunos, nativos digitais, não necessariamente são tão naturais e confortáveis para a maioria dos professores, imigrantes digitais. Sendo assim, na expectativa de resgatar o ensino de homotetia e de dinamizar o seu aprendizado, para nativos e imigrantes, objetivamos socializar e discutir com os professores de matemática nossa proposição para o ensino de homotetia com recursos dinâmicos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa nasceu da necessidade de trabalhar com recursos que favorecessem a visualização das características e propriedades das figuras geométricas estudadas em conteúdos programáticos da disciplina Desenho Geométrico. O objetivo era fazer com que os alunos pudessem se desenvolver com o tema escolhido (homotetia), utilizando recursos dinâmicos; manipulando objetos físicos (*kit* de retângulos de E.V.A.) ou virtuais (*Paint* e *applets* dos pantógrafos) de uma maneira lúdica e estimulante.

Caracterizada como uma pesquisa de atividade de ensino, a pesquisa de campo se inseriu na prática da pesquisadora, com as quatro turmas de 6º ano e, subsequentemente, com as quatro turmas de 7º ano que estavam sob sua regência, nos anos letivos de 2012 e 2013. Não houve procura por um grupo ideal de alunos para a implementação e desenvolvimento das atividades. E mesmo reconhecendo que não foi simples, muito menos fácil, sinalizamos que é um trabalho possível e com respostas gratificantes. Como, por exemplo, a constatação espontânea do aluno MP da turma 74 de que a simetria central é uma homotetia inversa, ao observar o desenho da referida transformação, feito no quadro branco de sua sala. Ou os desenhos do aluno CIC da turma 64 -74 (Figura 69) que registravam suas impressões sobre as bases paralelas e homotéticas de um tronco de pirâmide. Ou a reação do mesmo aluno ao correlacionar a atividade do *kit* de retângulos de E.V.A. (retângulos de diagonais coincidentes) com o desenho de um tronco de pirâmide (as bases), visualizando e identificando a relação homotética existente entre ambos.



Figura 69– Estudo do aluno CIC – T.64-74 sobre as bases homotéticas do tronco de pirâmide

Fonte: Produção espontânea do aluno CIC em janeiro de 2013.

A pesquisa-intervenção normalmente é organizada com grupos menores de participantes. Entretanto, houve o desafio de trabalhar com turmas de aproximadamente 30 alunos. Trabalhando com um número grande de alunos e com atividades que demandam atenção quase contínua em programas gráficos, *applets* e acessando a Web; constatou-se que seria mais produtivo se houvesse outro professor ou assessor para auxiliar na supervisão das atividades nos laboratórios, nas solicitações dos alunos, na identificação e armazenamento das atividades para análise.

A dinâmica das atividades (propõe – explica - manipula – explora – fixa) mediada pelos recursos dinâmico-visuais e promovida pela interação entre os alunos e a professora-pesquisadora foi produtiva. As atividades também serviram para evidenciar os estudantes enquanto usuários dos recursos informatizados. Na edição de imagens, a utilização da tecla *Print Screen* para fotografar a tela do monitor que está sendo exibida para posterior edição da imagem foi um recurso novo para muitos. O uso das teclas de atalho para copiar (Ctrl C), colar (Ctrl V) e recortar (Ctrl X), muito utilizadas pelos que trabalham com edição de imagens e texto devido à rapidez, foi outro recurso interessante para a manipulação e edição de imagens nos editores como *Paint*, *Photoshop*, *Gimp*, apenas conhecida por uma pequena parte dos estudantes. Por ocasião da atividade dos pantógrafos, destacamos a interessante solução encontrada por algumas duplas de alunos que, sem a interferência da professora reduziram a tela do *browser* e a do *Word* para que pudessem manipular os *applets* e responder às perguntas da folha de atividades 8 (FAT-8), de maneira mais confortável e rápida (Figura 70).

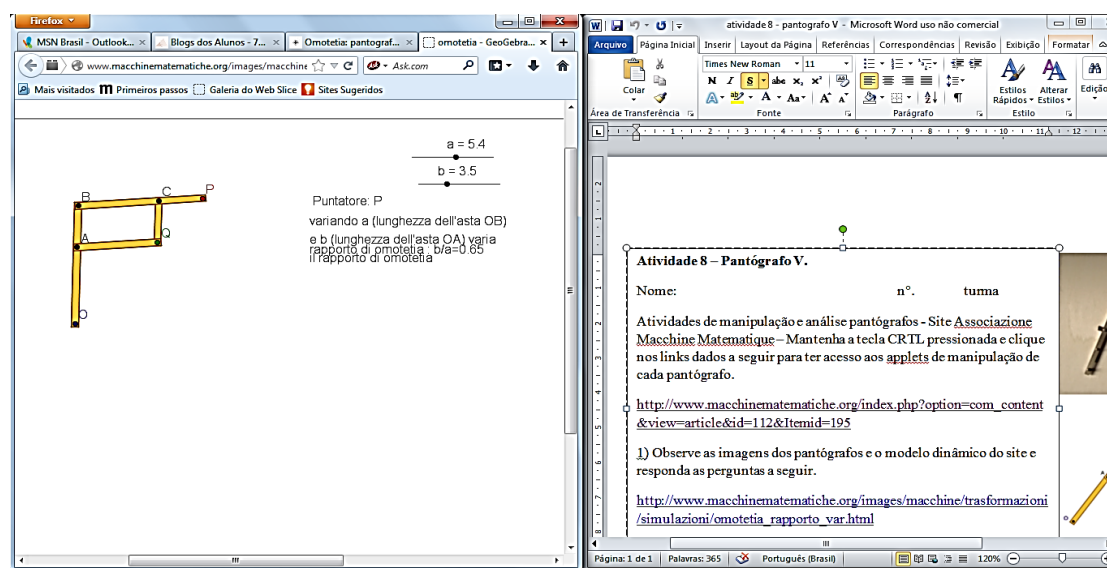


Figura 70 – Solução encontrada para acesso simultâneo da janela do *browser* e do arquivo do *Word*
Fonte: Elaborado pela autora, após a sugestão de alunos da turma 74.

Assim como apresentado em nossa proposta, foi desenvolvido o *blog* Homotetia Através de Aplicativos Dinâmicos, que apresentava conteúdos, recursos dinâmicos *on-line*, vídeos e curiosidades sobre o assunto, com o objetivo de estimular a interação. Aproveitando a forma como as redes sociais interagem no cotidiano de seus membros e também com o objetivo de estimular a observação dos conceitos e propriedades da homotetia, foi criado no *Facebook* o grupo Estudos de Homotetia 7ºano CAp-UERJ, que se caracterizou por uma dinâmica de interação mais objetiva (Figura 71).

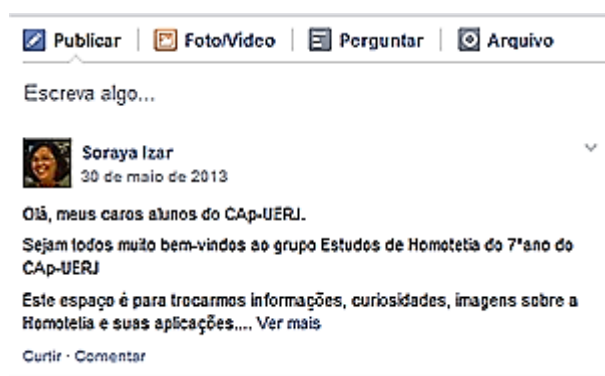


Figura 71 – Postagem de recepção do Grupo Estudos de Homotetia- 7º ano CAp -UERJ

Fonte: Disponível em <https://www.facebook.com/groups/196773607140061/>. Acesso em 3 mar. 2014

Incentivamos que os alunos elaborassem *blogs* sobre homotetia, abordando curiosidades, vídeos, imagens sobre o tema. Alguns grupos se envolveram bastante na montagem dos *blogs*, atuando como *web designers* mirins (Figura 72). Percebeu-se em alguns alunos uma preocupação com a organização dos elementos gráficos, as cores e as imagens utilizadas, a escolha da fonte adequada, a forma de produção dos textos para publicação, mostrando preocupação com a estética e refletindo sobre como utilizar os elementos gráficos e os textos para garantir uma melhor comunicação⁶⁰. Alguns alunos se mostravam surpresos ao constatar que seus *blogs* haviam sido visualizados em locais do mundo jamais imaginados; alunos tomando consciência do alcance deste recurso e da responsabilidade do ato de informar.

⁶⁰ Os endereços dos blogs dos alunos estão relacionados em uma postagem do blog Homotetia através de Aplicativos Dinâmicos, disponível em <http://homotetiacomaplicativosdinamicos.blogspot.com.br/2013/07/blogs-dos-alunos-7-ano-cap-uerj.html>. Acesso em 30 mar 2014.

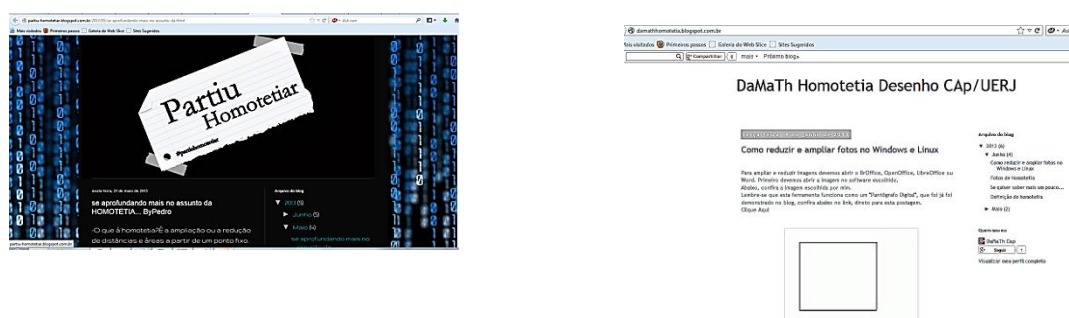


Figura 72 – Blog dos alunos do 7º ano sobre homotetia

Fonte: Disponível em <http://partiu-homotetiar.blogspot.com.br/2013/05/se-aprofundando-mais-no-assunto-da.html> e <http://damathhomotetia.blogspot.com.br>. Acesso em 3 mar. 2014

Em termos motivacionais, este trabalho ainda não está concluído. Consiste em um ponto de partida para outras investigações, para novas formas e abordagens de interação com o aluno.

Para concluir esta pesquisa, mas não as perspectivas de investigação e propostas com materiais desta natureza, esperamos que os resultados desta investigação contribuam para o planejamento e a implementação de novas atividades voltadas para o ensino de desenho, de matemática e de outras disciplinas com recursos dinâmicos. Sobretudo, conseguimos vislumbrar outras atividades de pesquisa com estudantes do ensino fundamental e médio, como por exemplo, potencializar o uso de *blogs*, do *Facebook* ou de outros espaços comunicativos na Internet, como estratégias de ampliar as formas de interação e compartilhamento por parte dos alunos; implementar mais situações com pantógrafos virtuais e convencionais em busca de novas formas de relacionar as atividades fazendo uso desses recursos com outras a serem propostas; elaborar novas com foco em atividades de ampliação/redução em dispositivos *touchscreen*. Seriam mais algumas contribuições para desenvolver estratégias de análise de proposições que tenham a imagem como um de seus elementos principais, direcionado para novas formas de ensinar e aprender; para analisar em termos de uso e aprendizagem dos sujeitos envolvidos e para a produção do conhecimento na área educacional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAIRRAL, M. A. **Discurso, Interação e Aprendizagem Matemática em Ambientes Virtuais a Distância**. Rio de Janeiro: Ed. da UFRRJ, 2007.

BAIRRAL, M. A. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**, vol I. Rio de Janeiro: Ed. da UFRRJ, 2009.

BITENCOURT, J.B. **Artigo elaborado para a oficina de blogs pedagógicos**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005.

BIANCHINI, E. **Matemática**. 7ª ed. São Paulo: Ed. Moderna, 2011, v. 4.

BICUDO, M.A.V. **Pesquisa em educação matemática**. In: **Pró-Posições**, v. 4, n. 1, março/1993, p. 18-23.

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S.K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BOYER, C.B. **História da Matemática**. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1996.

BRASIL/MEC, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, 1998.

CALADO, I. **A utilização educativa das imagens**. Porto: Porto Editora, 1994.

CARDY, P. **Perspectiva Cônica**. Disponível em
< <http://www.profcardy.com/geometria/perspectiva-conica.php> > Acesso em 15 set. 2013.

CAMPOS, R. Imagem e tecnologias visuais em pesquisa social: tendências e desafios. In. MARTINS, R.; TOURINHO, I (Orgs) **Processos e Práticas de Pesquisa em Cultura Visual e Educação**. Santa Maria: Editora UFSM, 2013. p. 21-48.

CASTRO, M.R. et al. **Caderno de Matemática 6ª série - Projeto Matemática Viva**. Rio de Janeiro. CAP-UERJ, 2002

CHINEM, N. **Curso Completo de Design Gráfico**. São Paulo: Editora Escala, 2011.

COELHO, R. **Contexto: as imagens na sociedade**. [22 a 26 de agosto Agosto de 2011]. Rio de Janeiro: TV Escola/ Salto para o Futuro, Série Cultura Visual e Escola, pgm.1 - ver e ser visto na contemporaneidade. Entrevista concedida a Murilo Ribeiro.

DAVID, M.I. R; IZAR, S. B. **As homotetias no plano e a multiplicação de números relativos**. In: VI Encontro Sul Fluminense de Educação Matemática, 2008, Vassouras. VI Encontro Sul Fluminense de Educação Matemática. Vassouras: USS, 2008. v. 1. p. 244-248.

DIAS, B. **O papel da cultura visual no mundo contemporâneo**. [22 a 26 de agosto Agosto de 2011]. Rio de Janeiro: TV Escola/ Salto para o Futuro, Série Cultura Visual e Escola, pgm.1 - ver e ser visto na contemporaneidade. Entrevista concedida a Murilo Ribeiro.

DONDIS, D. **A sintaxe da linguagem visual**. 2ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

DUNCUM, P. Por que a arte-educação precisa mudar e o que podemos fazer. In. MARTINS, R.; TOURINHO, I (Orgs) **Educação da Cultura Visual: Conceitos e Contextos** Santa Maria: Editora UFSM, 2011. p. 15- 30.

ESTEHPHANIO, C. **Desenho técnico: uma linguagem básica** Rio de Janeiro: Ed. Independente, 1996.

FERREIRA, A. B. H.. **Dicionário Aurélio Básico da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1986.

FLORES, C.R. **Cultura visual, visualidade, visualização matemática**. *ZETETIKÉ* – FE-Unicamp – v.18, pp.271-293. Número Temático 2010.

FRANT, J. B., CASTRO, M. R. **Um modelo para analisar registros de professores em contextos interativos de aprendizagem**. *Acta Scientiae*, 11(1), 31-49. 2009. Disponível em <<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/53>>. Acesso em abr. 2014.

GARNICA, A.V.M. **Algumas notas sobre pesquisa qualitativa e fenomenologia**. *Interface (Botucatu)*, Botucatu, v.1, n.1, ago. 1997. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S141432831997000200008&lng=pt&nrm=iso> Acesso em 13 abr. 2013.

GOMES, M.C.V.; CASTRO, M. R., DAVID, M. I.R. **Transformações do plano no aprendizado dos números relativos**. Projeto Matemática Viva CECIERJ/CAP-UERJ. 1992

GOMES, M.C.V.; CASTRO, M. R. Transformações geométricas do plano como ambiente de produção de significados para as operações numéricas no ensino fundamental In: VII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, 2004. Recuperado de <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/02/MC40685080706.pdf>

GOMES, M. C.V et al. **O Estudo das Transformações Pontuais no Plano Auxiliando a Conceituação da Multiplicação de Números Relativos**. In: I Seminário de Pesquisas e Práticas Pedagógicas: Linguagem Visual e Educação Básica, 2007, Rio de Janeiro. Anais do I Seminário de Pesquisas e Práticas Pedagógicas: Linguagem Visual e Educação Básica. Rio de Janeiro: CAP-UERJ, 2007.

JORGE, S. **Desenho Geométrico Idéias & Imagens**. 2ªed, Saraiva, São Paulo. 2002. vols. 1,2,3,4.

KENSKI, V. M. **Novas tecnologias: o redimensionamento do espaço e do tempo e os impactos no trabalho docente**. *Rev. Bras. Educ.*, Rio de Janeiro, n.08, ago. 1998. Disponível em <http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-24781998000200006&lng=pt&nrm=iso>. acessos em 10 abr. 2014.

KENSKI, V. M. **Tecnologias e Ensino Presencial e a Distancia**. 2ª ed. Campinas: Papirus, 2004.

KOURGANOFF, W. **A face oculta da universidade**. Tradução Cláudia Schilling; Fátima Murad. São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista, 1990.

LÈVY, P. **As Tecnologias da Inteligência. O futuro do pensamento na era da Informática**. Rio de Janeiro: Ed 34, 1993.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M.E.D.A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

LURIA, A.R. **Lenguaje y pensamiento** (P. M. Merino, Trans. 2ª ed). Barcelona: Martinez Roca, 1985.

LYRA, M.C.D.P. Desenvolvimento como processo de mudança. In: MEIRA, L. L.; SPINILLO, A.G. (Orgs) **Psicologia cognitiva: cultura, desenvolvimento e aprendizagem**. Recife: Editora UFPE, 2006. p. 170 - 189.

OLIVEIRA, E. R et al. **Formação em Linguagem Visual**. In: Graphica 2007 - VII International Conference on Graphics Engineering for Arts and Design e XVIII Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico, 2007, Curitiba. *Anais* em CD-ROM do *Graphica*, 2007 Paraná, Brasil.

OLIVEIRA, M. K. de. **Vygotsky – Coleção Grandes Educadores**. [Filme-vídeo]. Produção Régis Horta, direção de Régis Horta. São Paulo, Atta Midia e Educação, 2010. DVD, 45min. Color, som.

_____. **Vygotsky: Aprendizado e Desenvolvimento; um processo Sócio-Histórico**. 4. Ed. São Paulo: Scipione, 1997.

PINHEIRO, V. A. **Geometrografia**. Rio de Janeiro: Aula Editora, 1986. v.2.

PUTNOKI, J.C. **Elementos de Geometria e Desenho Geométrico**. São Paulo: Scipione, 1989, v. 2.

PRENSKY, M. **Nativos e Imigrantes Digitais**. Disponível em: <http://pdfcast.org/download/nativos-digitais-imigrantes-digitais-marc-prensky.pdf> Acesso: 30 mar. 2014.

RODRIGUES, M. H. W. L. **Transformações Pontuais: Fundamentos, anotações e exercícios**. Rio de Janeiro: (Apostila da disciplina Teoria do Desenho Geométrico II, oferecida na Escola de Belas Artes da Universidade Federal do Rio de Janeiro), 1997.

SANTAELLA, L., WINFRIED, N. **Imagem: Cognição, Semiótica, Mídia**. Iluminuras, São Paulo. 2012.

SANTAELLA, L. **Leitura de imagens**. Melhoramentos, São Paulo. 2012.

SHAVER-CRANDELL, A. **História da Arte da Universidade de Cambridge: A Idade Média**. Círculo do Livro, São Paulo. 1982.

SCHOLLHAMMER, K. E. **Regimes representativos da modernidade**. *ALCEU*, v. 1, n. 2, p. 28-41, 2001.

SOARES, C. C. P. **Novos paradigmas para as técnicas de representação gráfica: uma abordagem transdisciplinar entre arte e ciência**. Tese (Doutorado). Rio de Janeiro: COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2005.

SOUZA, S.B.I **Dinamizando o Ensino de Desenho: Análise e Proposta Metodológica**. Monografia de curso de especialização/pós-graduação lato-sensu em Técnicas de Representação Gráfica. Escola de Belas Artes da Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2004.

SPINILLO, A.G.; LAUTERT, S. L. Pesquisa-intervenção em psicologia do desenvolvimento cognitivo: princípios metodológicos, contribuição teórica e aplicada. In. CASTRO, L. R.de; BESSET, V.L.(Orgs) **Pesquisa-intervenção na infância e juventude**. Rio de Janeiro: Trarepa/FAPERJ, 2008. P. 295-321.

THUILLIER, P. **De Arquimedes a Einstein: a face oculta da invenção científica**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1994.

TOURINHO, I. Introdução. **Boletim Salto para o Futuro: Cultura Visual e Escola**. MEC/SEED: agosto 2011, p. 4-5.

TOURINHO, I.; MARTINS, R. Circunstâncias e ingerências da cultura visual. In. MARTINS, R.;TOURINHO, I (Orgs) **Educação da Cultura Visual: Conceitos e Contextos** Santa Maria: Editora UFSM, 2011. p. 51-68.

VALENTE, J.A. Informática na Educação no Brasil: Análise e Contextualização Histórica. In: VALENTE, J.A. (Org.) **O Computador na Sociedade do Conhecimento**. Campinas: OEA-NIED, 1999, p.1-22.

VELOSO, E. **Geometria, temas atuais: materiais para professores**. Instituto de Inovação Educacional. Lisboa. 1998.

_____. **Simetria e transformações geométricas**. Associação de Professores de Matemática. Lisboa. 2012.

VYGOTSKY, L. S. **A Formação Social da Mente**. Martins Fontes: São Paulo, 1991a. Disponível em < <https://ws.cubby.com/p/8e554e5b95e94034be727c2dbd5a5813/Vygotsky+-+A+Forma%3a7%c3%a3o+Social+da+Mente.pdf/614057911>> Acesso em 30/12/2013.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. Martins Fontes: São Paulo, 1991b.

APÊNDICES

Apêndice A: Folha de acompanhamento e registro da atividade 2 - FAT2.

Alunos: _____ turma: _____ Data: _____

Sequência I de observações relativas ao Kit de retângulos em E. V. A. - série R:

- a) Com uma régua graduada verifique as dimensões dos lados dos retângulos R1(original) e R2 (menor). Anote abaixo.

R1 : lado maior = _____ cm lado menor= _____ cm

R2: lado maior = _____ cm lado menor= _____ cm

- b) Divida o valor do maior lado do retângulo R1 pelo valor do maior lado do retângulo R2. Faça o mesmo com os lados menores. Anote.

$$\frac{\text{lado_maior_R1}}{\text{lado_maior_R2}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{\text{lado_menor_R1}}{\text{lado_menor_R2}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

- c) O valor obtido na divisão é o mesmo?
- d) Qual a relação entre as dimensões/ tamanho do retângulo R2 em relação ao R1? Anote.
- e) Com régua e caneta, ou lápis trace com a régua a diagonal AC do retângulo R1 e R2.
- Faça coincidir lado maior do retângulo R2 com o lado maior do retângulo R1.
 - Faça coincidir lado menor do retângulo R2 com o lado menor do retângulo R1.
 - Verifique em que elemento do retângulo R1 o vértice C do retângulo R2 fica situado.
 - Anote.
- f) Pegue o retângulo R3 do *kit* e verifique as dimensões dos seus lados com uma régua graduada. Anote abaixo.

R1 : lado maior = _____ cm lado menor= _____ cm

R3: lado maior = _____ cm lado menor= _____ cm

- g) Divida o valor do maior lado do retângulo R1 pelo valor do maior lado do retângulo R3. Faça o mesmo com os lados menores.

Anote abaixo.

$$\frac{\text{lado_maior_R1}}{\text{lado_maior_R3}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{\text{lado_menor_R1}}{\text{lado_menor_R3}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

- h) O valor obtido na divisão é o mesmo para todos os lados?
- i) Qual a relação entre as dimensões/ tamanho do retângulo R1 em relação ao R3?
- j) Com régua e caneta ou lápis trace com a régua a diagonal AC do retângulo R3. Faça coincidir lado maior do retângulo R1 com o lado maior do retângulo R3. Faça coincidir lado menor do retângulo R1 com o lado menor do retângulo R3.

- k) Verifique em que elemento do retângulo R3 o vértice C do retângulo R1 fica situado. Anote.

Faça as mesmas comparações com os retângulos R1 e R4 e R1 e R5. Reserve suas anotações.

Observe os retângulos R1, R2, R3, R4 e R5. Verifique suas anotações.

Sequência II de observações relativas ao *Kit de retângulos em E.V. A.* – série R:

Coloque os retângulos R1, R2, R3 com o vértice A e os lados maiores e menores coincidentes e sobrepostos.

O que você observa?

- 1) Os lados maiores estão paralelos?
- 2) Os lados menores são paralelos?
- 3) Existe um vértice comum entre os retângulos? Qual?
- 4) Se traçarmos as retas suportes dos lados coincidentes e da diagonal AC , elas serão concorrentes? Em que ponto?
- 5) Essas retas são coincidentes (comuns) a todos os retângulos?
- 6) Caso negativo, identifique os retângulos.

Apêndice B: Entrevista I

Transcrição da conversa informal com Ina, Rel e Uli – t. 73 sobre a atividade dos pantógrafos em 10-01-2014 - última aula antes da prova do terceiro trimestre.

¹ **Professora:** A ideia do trabalho era que vocês respondessem às questões de cada pantógrafo

² e pudessem manipulá-los no site.

³ **Rel:** Achei difícil, complicado. Achei as perguntas muito elaboradas.

⁴ **Uli:** Melhor se fosse direto.

⁵ **Ina** Disse: Raquel, você não fez.

⁶ **Rel:** Fiz, sim

⁷ **Uli:** Tá gente, independente...

⁸ **Professora:** Tá vendo como a gente descobre as coisas?

⁹ **Rel:** Não, mas eu ajudei.

¹⁰ **Ina:** Mas pode botar o nome no trabalho.

¹¹ **Rel:** Eu ajudei

¹² **Professora:** Não vou... a ideia não é detonar ninguém. A ideia é aprimorar. Tá vocês acharam as perguntas
¹³ muito assim ... Difíceis. Tinham que ser mais simples.

¹⁴ **Ina:** Teve umas que eu tive mais dificuldade, mas eu não achei tão difícil.

¹⁵ **Rel:** É..

¹⁶ **Professora:** Mas a dificuldade era por quê?

¹⁷ **Ina:** Uma ou outra pergunta era normal, outras precisei prestar mais atenção. Precisei observar mais.

¹⁸ **Professora:** para... mas a ideia é essa.

¹⁹ **Rel:** Eu acho que a ideia de colocar em dupla foi melhor.

²⁰ **Ina:** Por que será, né Rel?

²¹ **Rel:** Pq se fosse individual ia ter muito problema na compreensão.

²² **Professora:** Mas gente a ideia de fazer em dupla... é que um ajude o outro

²³ **Uli:** É professora, mas no que a Abi vai me ajudar?

²⁴ **Professora:** Dependendo da dupla...né?

²⁵ **Uli:** Complicado...

²⁶ **Ina:** Eu consegui fazer. Perguntas... se era aquela haste ou era aquela outra...

²⁷ **Professora:** Mas aí é questão de observação.

²⁸ **Ina:** Aí é questão de compreensão mesmo.

²⁹ **Professora:** Outra coisa... eu queria que vocês me dissessem... vocês perceberam que o pantógrafos eram diferentes?

³⁰ **Ina, Rel e Uli:** Sim.

³¹ **Professora:** Os primeiros que vocês fizeram tinham a ver com que transformação? Vocês perceberam que...

³² **Ina:** Transformação pontual

³³ **Professora:** Mas aí cada uma tinha uma...

³⁴ **Ina:** Você fazia a pergunta.

³⁵ **Professora:** Aham...

³⁶ **Uli:** Uma era homotetia, outra era translação.

³⁷ **Ina:** Tinha translação...

³⁸ **Professora:** A gente só fez dois porque não deu tempo de fazer as outras.

³⁹ **Ina:** É, mas eu acabei fazendo a outra. Não fiz a cinco eu fiz a 4 sem querer.

⁴⁰ **Professor:** Não tem problema. Bom... Aí... é... No pantógrafo da homotetia, mesmo que você não tenha feito
⁴¹ (para Ina) , vocês fizeram (para Uli e ...)? O que vocês perceberam nestes pantógrafos? É... o ponto fixo, a
⁴² posição do ponto fixo, o traçador...

⁴³ **Uli:** Era diferente.

⁴⁴ **Rel:** Eu entendi mais homotetia.

⁴⁵ **Uli:** A gente viu mais homotetia.

⁴⁶ **Professora:** Ah.... Por que você sabia mais homotetia?

⁴⁷ **Uli:** Porque a gente aprofundou mais no primeiro trimestre.

⁴⁸ **Rel:** A gente aprofundou mais.

⁴⁹ **Ina:** Tanto que o ano passado também, a gente já tinha estudado um pouquinho e este ano a gente estudou
⁵⁰ mais.

⁵¹ **Rel:** Eu acho homotetia...

⁵² **Professora:** Mas homotetia é o objetivo do meu trabalho...

⁵³ **Ina:** Então, o ano passado a gente já tinha feito e esse ano aprofundou mais ainda...

⁵⁴ **Uli:** É...

⁵⁵ **Professora:** Então, vocês acham que isso ajudou vocês a identificarem, não é isso?

⁵⁶ **Ina:** É, foi mais fácil.

⁵⁷ **Professora:** Então, tá. Esse pantógrafo que era o ultimo, né? Era de homotetia. Vocês perceberam que esse
⁵⁸ (indicando no desenho apoiado na mesa do professor) miolo aqui do meio... ele forma que figura geométrica?

⁵⁹ **Ina:** Tem que ver...

⁶⁰ **Professora:** Mas olha pra cá (apontando para o desenho).Esse miolo aqui

⁶¹ **Ina:** Isso forma um losango.

⁶² **Professora:** O losango é que figura geométrica?

⁶³ **Ina:** Não é um quadrado deformado?

⁶⁴ **Professora:** É... ele é um quadrilátero, um paralelogramo. Você acha que se ele não tivesse esse quadrilátero
⁶⁵ aqui no meio... você faria as figuras...

⁶⁶ **Ina, Uli e Rel:** Não.

⁶⁷ **Professora:** Então o que tá garantindo esse ponto que passa em cima da figura, que é o
⁶⁸ traçador, desenhe aqui (apontado para a figura no papel)? E o que tem no quadrilátero de especial aqui? Agora
⁶⁹ a gente já viu. Posso perguntar isso pra vocês.

⁷⁰ **Ina:** O quadrado.

⁷¹ **Professora:** E o quadrado tem lados opostos o que?

⁷² **Ina, Uli e Rel:** Paralelos.

⁷³ **Professora:** E?

⁷⁴ **Ina, Uli e Rel:** Iguais.

⁷⁵ **Professora:** Iguais, né? No caso, do quadrado são todos iguais. Mas o importante é que os lados opostos sejam
⁷⁶ paralelos, porque aí o que vai acontecer?

⁷⁷ **Uli:** A figura vai ser paralela... vai ser igual à outra.

⁷⁸ **Professora:** Vai ser igual não... vai ser o quê?

⁷⁹ **Ina:** Homotética.

⁸⁰ **Uli:** Homotética.

⁸¹ **Professora:** E homotética significa o quê?

⁸² **Ina:** É semelhante.

⁸³ **Uli:** É proporcional.

⁸⁴ **Professora:** Então, isso vocês aprenderam lá no primeiro trimestre. Então, isso vocês conseguem
perceber?

⁸⁵ **Rel:** Eu amo homotetia. Foi o trimestre que eu mais me dei bem. Tirei 9,5.

⁸⁶ **Ina:** Ah, não gosto de homotetia, não.

⁸⁷ **Professora:** Então, olha só (apontando para o desenho sobre a mesa). Aqui eu tenho o ponto fixo, no
⁸⁸ pantógrafo. Esse ponto é o traçador e esse é o ponto que desenha, né? Então dá pra
⁸⁹ você perceber aqui, neste sistema, os elementos da homotetia?

⁹⁰ **Ina:** Sim.

⁹¹ **Professora:** Qual o centro da homotetia?

⁹² **Rel:** Esse aqui (apontando para o desenho), não é?

⁹³ **Ina:** Losango.

⁹⁴ **Professora:** É o ponto fixo, não é isso? Esse ponto aqui (apontando para o desenho) vai ser o original/ponteiro
⁹⁵ e esse aqui vai ser o ...

⁹⁶ **Ina:** Traçador.

⁹⁷ **Professora:** Isso. Que vai gerar a figura...

⁹⁸ **Ina e Uli:** Homotética.

⁹⁹ **Professora:** Homotética... e se eu invertesse? Então, aqui a figura ficou ampliada, nesse caso.

¹⁰⁰ **Ina:** Hum hum.

¹⁰¹ **Professora:** Né? E se eu invertesse?

¹⁰² **Uli:** Ia reduzir.

¹⁰³ **Professora:** Ah... E as duas são que tipo de homotetia? Do mesmo lado ou de lados opostos?

¹⁰⁴ **Uli:** Não entendi isso, não...

¹⁰⁵ **Professora:** A gente tem homotetia do mesmo lado e de lados opostos em relação ao centro de homotetia.
¹⁰⁶ Que tipo de homotetia é essa? Direta ou inversa?

¹⁰⁷ **Ina:** Direta.

¹⁰⁸ **Professora:** Por quê?

¹⁰⁹ **Uli:** Porque está no mesmo lado?

¹¹⁰ **Ina:** Porque você não inverte a figura.

¹¹¹ **Professora:** Exatamente. Certo? Tem necessidade de inverter aqui (mostrando o desenho)?

¹¹² **Uli e Ina:** Não.

¹¹³ **Professora:** Qual o objetivo do pantógrafo?

¹¹⁴ **Uli:** Desenhar a figura.

- 115 **Ina:** Desenhar a figura semelhante.
- 116 **Professora:** Semelhante... com uma razão...
- 117 **Ina:** Proporcionais.
- 118 **Professora:** Exatamente. Aqui ela não precisa estar do lado oposto. Ela precisa estar em um lado...
- 119 **Ina:** Semelhante à original.
- 120 **Professora:** Hoje em dia a gente tem muitos recursos tecnológicos. Eu posso fazer figuras
- 121 ampliadas lá no computador. Mas antigamente não existia isso...
- 122 **Rel:** tinha que usar o pantógrafo.
- 123 **Professora:** eles criaram esses instrumentos ... esse daqui para ampliar, mas os outros não eram para ampliar.
- 124 Eram pra fazer os desenhos em posições ...
- 125 **Uli:** Diferentes.
- 126 **Professora:** Diferentes. Então uns são para ampliar e outros, não. Hoje em dia a gente não precisa disso.
- 127 Graças a Deus, temos outros recursos mais rápidos e...
- 128 **Uli:** Avançados.
- 129 **Professora:** Mais avançados (rindo), mas... antigamente não tinha. Então pra desenhar um... se quisesse
- 130 desenhar um mapa, que é cheio de linhazinha...
- 131 **Rel:** Eu não ia fazer não.
- 132 **Ina:** Tem o scanner também, professora...
- 133 **Professora:** Mas naquela época não existia scanner...
- 134 **Ina:** Ah, então você usava o pantógrafo.
- 135 **Professora:** Então, o pantógrafo servia para isso... principalmente, para desenhar coisas que não são muito
- 136 simples... ou ampliar ou reduzir.
- 137 Silêncio....
- 138 **Professora:** E assim, das atividades... tirando essa coisa do difícil... Vocês acharam difíceis as perguntas, mas
- 139 pelo que estou entendendo aqui... pelas perguntas que a gente está fazendo...
- 140 **Rel:** Eu acho a matéria fácil, mas as perguntas não estavam diretas, meio que tinham um texto...
- 141 **Professora:** Mas o objetivo não era direto mesmo, não. O objetivo era fazer você refletir.
- 142 **Uli:** Então, estava normal.
- 143 **Professora:** Ah...
- 144 **Ina:** Não estava indo direto ao ponto.
- 145 **Uli:** E... se o objetivo não era ir direto ao ponto...
- 146 **Professora:** Porque eu queria que vocês me levassem as respostas, não queria induzir as respostas. O objetivo
- 147 era esse. Tá legal? E eu queria saber... pode falar sem receio... Gostaram, não gostaram? Acham que deveria
- 148 ser feito de outra maneira?
- 149 **Ina:** Achei cansativo.
- 150 **Professora:** Cansativo em que aspecto?
- 151 **Ina:** Eu fiquei esperando um tempo inteiro e depois que sentei lá...
- 152 **Professora:** Ah, porque você não teve computador e você foi depois.
- 153 **Ina:** Fiquei um tempão pra fazer. A Rel não me ajudou aí eu fiquei muito cansada.
- 154 **Rel:** Ah...
- 155 **Ina:** Fora isso foi tranquilo.
- 156 **Professora:** Se você não tivesse feito depois? Tivesse feito no tempo normal?
- 157 **Ina:** E a Rel tivesse me ajudado, teria acabado bem antes. Com certeza.
- 158 **Rel:** Eu acho que deveria botar mais computador...
- 159 **Uli:** Mas isso é uma questão do laboratório, né?
- 160 **Professora:** Mas assim, a atividade... vocês acham.. que elas podem
- 161 **Ina:** E muita gente estava enrolando, né?
- 162 **Rel:** É melhor fazer no computador que manualmente...
- 163 **Ina:** Eu gosto mais de fazer no computador.
- 164 **Professora:** Vocês preferem...
- 165 **Ina:** Porque pelo menos tem aquele negocinho que você mexe, e é um negocinho animado...
- 166 **Professora:** Ah.... é mais dinâmico.
- 167 **Ina:** Mas eu também gosto de fazer... eu gosto mais de fazer esses do tipo que você passou
- 168 (no papel)
- 169 **Professora:** Mas olha só... é... Por exemplo... eu não posso fazer uma prova pra você no computador, não
- 170 tem como fazer.
- 171 **Uli:** Por quê?
- 172 **Professora:** Porque não tem como. Como vou dar uma prova no mesmo horário, pra todo mundo. Não tem
- 173 como...
- 174 **Uli:** Ué.. é só ir lá...

¹⁷⁵ **Ina:** Mas eu prefiro fazer esses exercícios.

¹⁷⁶ **Professora:** A gente tem que fazer as duas atividades. Tem que fazer lá e tem que fazer no papel, porque a
¹⁷⁷ gente vai fazer a prova é no papel. A gente ainda não tem recursos suficientes, máquinas suficientes, para que
¹⁷⁸ cada um possa fazer uma atividade no computador (simultaneamente).

¹⁷⁹ **Ina:** Mas eu gosto mais de fazer esses (papel) que no computador.

¹⁸⁰ **Professora:** Uli prefere lá.

¹⁸¹ **Ina:** Eu não gosto porque tem que ficar esperando o computador...

¹⁸² **Professora:** Mas vamos supor que tivesse máquina para todo mundo...

¹⁸³ **Ina:** Mesmo que tivesse... sei lá... Eu já uso computador em casa aí chega na escola vou usar mais
¹⁸⁴ computador?

¹⁸⁵ **Professora:** Eu acho que... mas isso porque eu sou velha e coroa, eu acho que tem que ter nos dois, não pode
¹⁸⁶ tanto só em um nem só no outro...

¹⁸⁷ **Ina:** É, então...

¹⁸⁸ **Uli:** O papel é legal, mas o computador facilita pra caramba.

¹⁸⁹ **Professora:** Ele é mais dinâmico não resta dúvida...

¹⁹⁰ **Ina:** Eu gosto dos dois, mas eu gosto mais do que você passa no quadro.

¹⁹¹ **Professora:** Entendi, Ina. E você, Rel? Nenhum dos dois?

¹⁹² **Rel:** Eu prefiro o computador mesmo. Sei lá, é mais prático.

¹⁹³ **Professora:** Mais prático... certo.

¹⁹⁴ **Rel:** 7:22. Mas eu acho que, tipo... esse negocio de ter que ficar esperando... Eu vi muita
¹⁹⁵ gente jogando joguinho...

¹⁹⁶ **Uli:** É verdade.

¹⁹⁷ **Rel:** Aí, eu e Ina, a gente ficou esperando o maior tempão... A ... também.

¹⁹⁸ **Uli:** A T... não fez. Ela botou nome em outro...

¹⁹⁹ **Ina:** Mas eu gosto de escrever. Tem gente que não gosta de ficar copiando isso (apontou para o quadro).

²⁰⁰ **Rel:** E muita gente estava copiando do nosso.

²⁰¹ **Professora:** Se eu fosse vocês cobrava consultoria. Vocês querem dizer mais alguma coisa que
²⁰² vocês acharam assim... interessante na atividade, pichar ou criticar. Fiquem à vontade.

²⁰³ **Uli:** Pichar...

²⁰⁴ **Professora:** Criticar... porque aí posso adaptar para o próximo ano.

²⁰⁵ **Ina:** Eu gostei da gente poder mexer no pantógrafo.

²⁰⁶ **Professora:** No *applet* do site?

²⁰⁷ **Uli:** Eu achei bem legal. Facilitou bastante para a gente analisar e responder às perguntas.

²⁰⁸ **Professora:** As perguntas. Mas a ideia era essa. As perguntas estavam lá para vocês manipularem
²⁰⁹ e tentarem achar as respostas. Então, tá meninas. Agradeço. Valeu. Eu não vou colocar o
²¹⁰ nome de vocês. Meu orientador vai ver e eu vou fazer a análise da questão final.

Apêndice C: – Diário Campo da Pesquisadora – primeiro encontro

CAP-UERJ Diário dia 01-02-2013 sexta-feira

Encontro 1 (2 tempos de aulas = 100 minutos) **Turma 64** – 6ºano ensino fundamental.

Também não registrei a aula com a webcam. Nessa turma, expus a apresentação em Power Point sobre os sólidos e fomos fazendo associações entre as bases das pirâmides e dos cones, com suas seções planas paralelas às bases. Percebi que seria necessário um assessor para filmar e fotografar as atividades. Nessa turma conseguimos ir para a atividade no GeoGebra, mas como forma de conhecer o programa. Pedi para que fizessem um polígono qualquer, marcassem um ponto exterior ao polígono, traçassem retas ligando o ponto exterior aos vértices do polígono (feixe de retas divergentes), através da ferramenta homotetia. Fizeram polígonos homotéticos de razão 0,5 e 2. Preciso organizar melhor os grupos (metade precisa ficar nas mesas convencionais executando atividades similares com os instrumentos tradicionais de desenho, pois não tem lugar para todos nos computadores – espaço e 3 PCs que não funcionam).

Não exibi os vídeos do YouTube Potências de 10

(<http://www.youtube.com/watch?v=oSPIjCZhIK8>) e Semelhança de triângulos, Redução e Câmara Escura (<http://www.youtube.com/watch?v=Xipqe1kAk04>). Escolhi as duplas que iriam trabalhar primeiro no PC e conduzi melhor a atividade. MP percebeu que a pirâmide asteca é um tronco de pirâmide, conforme intencionado.

Apêndice D – Diário Campo da Pesquisadora – segundo encontro

CAP-UERJ Diário dia 15/02/2013 sexta-feira.

Encontro 2 (2 tempos de aulas = 100 minutos) **turma: 64** – 6ºano ensino fundamental.

Turma com frequência baixa devido à semana de carnaval (19 presentes dos 31 alunos efetivos da turma). A professora Berta estava utilizando o LEDEN com o sétimo ano, por isso fiquei na sala da turma 64 e precisei antecipar para a atividade 3 (atividades de exploração com *kits* de retângulos e quadrados). Expliquei que a atividade faz parte de uma pesquisa de mestrado, que das quatro turmas de 6º ano, escolhi a 64 para analisar caso eles aceitassem participar da pesquisa. Entreguei a autorização para os responsáveis tomarem ciência e autorizarem.

Primeiro dividi a turma em seis grupos de 3 alunos, entretanto, um grupo ficou com 4 alunos. Relembramos o que foi visto na aula anterior. Ana Beatriz lembrou que havíamos falado sobre pirâmides, prismas, cones. Juli se lembrou da pirâmide cortada. CIC falou das bases paralelas do tronco de pirâmide. Desenhei no quadro de giz a representação de uma pirâmide de base quadrada e destaquei o tronco de pirâmide.

Pedi ao CIC para me ajudar com a câmara filmando a atividade. Distribuí os *kits* contendo 5 retângulos e a Folha de acompanhamento e registro da atividade 3 para os seis grupos. Seguimos a sequência indicada na folha de acompanhamento. Os grupos foram realizando as atividades, observando e respondendo às questões. Depois o Alex ficou responsável pelo registro em vídeo da atividade (ver os vídeos para fazer a descrição).

Juli e a Mana deram suas opiniões espontâneas: essa aula estava divertida.

Quando terminamos de analisar as dimensões e a posição dos retângulos R2, R3 em relação ao vértice A e a diagonal AC do retângulo R1, o CIC se dirigiu ao quadro de giz onde estava o desenho do tronco de pirâmide e apagou, com o dedo, os segmentos que ligavam a base superior à base inferior, afastando-se logo após, sem falar nada. Aproveitei a interferência do CIC e perguntei à turma o que ele estava querendo comunicar ao apagar os segmentos que uniam os vértices das bases do tronco de pirâmide? A Malla destacou que os retângulos dos *kits* eram iguais aos do desenho do quadro, porém no plano.

Observamos que o fator entre os lados maior e menor entre os retângulos R1 e R4, R1 e R5 eram diferentes entre si, o que não acontecia com os retângulos R1 e R2, R1 e R3; por isso os lados correspondentes desses retângulos não eram proporcionais, embora estivessem paralelos. Observamos isso geometricamente ao notar que a diagonal A4C4eA5C5 não fica sobreposta à diagonal A1C1 do retângulo R1.

Lembrei que é isso que os alunos fazem quando querem ampliar ou reduzir uma foto nos programas gráficos dos computadores ou aplicativos de celulares. Ao puxar a imagem apenas pelo comprimento a imagem modifica sua dimensão apenas no comprimento. O mesmo acontece com a altura. Se a modificação for feita pela diagonal, as duas dimensões (comprimento e altura) serão simultaneamente modificadas, não deformando a imagem. Infelizmente não deu tempo para trabalhar com os *kits* contendo quadrados.

Os grupos concluíram a ficha de acompanhamento e registro da atividade.

Apêndice E: – Diário Campo da Pesquisadora – terceiro encontro

CAP-UERJ Diário dia 22/02/2013

Encontro 3 (2 tempos de aulas = 100 minutos) **Turma: 64** – 6ºano ensino fundamental.

A aula aconteceu no LEDEN. Pedro Henrique Izar, meu filho, ajudou a registrar as atividades em vídeo. O aluno CIC espontaneamente fez um resumo com esboços da aula (tronco de pirâmide) e me mostrou. Pedi para tirar uma cópia. Fizemos uma retomada da aula anterior (atividades com *kits* de retângulos e quadrados), pois muitos alunos não estavam presentes. Fui para o quadro branco e esbocei os retângulos do *kit* de retângulos de EVA, falei sobre as dimensões dos retângulos e comparamos as medidas dos lados maiores e menores, para verificar se o fator entre as medidas dos lados era o mesmo. Perguntei qual seria o fator entre o retângulo R1 e R2 e a Malla respondeu que R2 era o dobro de R1. Comparamos as medidas de R1 com mais dois retângulos R3 e R4. Verificamos que os fatores de R1/R3 eram os mesmos, o que não acontecia em R1/R4. Após a análise numérica das medidas e seus fatores, perguntei em que elemento dos retângulos ficavam situados os vértices opostos (C) ao vértice da sobreposição (A). Quando os fatores eram iguais, o vértice oposto ao vértice em que os retângulos coincidiam (A) ficava sobre a diagonal AC dos retângulos, o que não acontecia com os retângulos R1/R4 e R1/R5 que possuíam fatores diferentes.

Perguntei ao grupo o que se faz para ampliar ou reduzir uma imagem em um editor de imagens para colocar no perfil do Facebook ou enviar pelo celular. JV disse que “daria” um *zoom* na imagem. Lembrei que o *zoom* serve apenas para aumentar ou reduzir a visualização da imagem, mas que não aumenta ou reduz o arquivo da imagem em si. Perguntei o que aconteceria se a imagem fosse puxada só pelo comprimento. A imagem ficaria igual ou distorceria? E se puxasse apenas pela altura? Ampliaria ou reduziria toda a imagem ou só a altura? A imagem resultante ficaria igual à original? Distorceria? E se a imagem fosse “puxada” pela diagonal? Ficaria igual à original, mas reduzida ou ampliada ou ficaria distorcida?

Após os questionamentos, a turma se dividiu em duplas nos computadores para fazer a atividade proposta da aula 3 (ampliar, reduzir e distorcer uma imagem no *Paint Brush*).

Abrir uma imagem da pasta “meus documentos” no *Paint Brush*, selecioná-la, copiá-la, colar e ampliar pela diagonal, colar e reduzi-la pela diagonal, colar e distorcê-la pelo comprimento, colar e distorcê-la pela altura em um mesmo arquivo. Percebi que apesar dos alunos utilizarem a Web e realizarem algumas atividades com auxílio do computador, a maioria não sabia como selecionar, copiar, colar, recortar, salvar e nomear arquivos. Falei sobre as teclas de atalho Ctrl+C, Ctrl+V, Ctrl+X para facilitar o desenvolvimento da atividade. Algumas duplas se preocuparam em identificar a imagem original, a ampliada, a reduzida e a distorcida. Uma dupla pensou em mesclar imagens na atividade, talvez se preocupando com a comunicação visual e estética gráfica. As duplas realizaram a atividade e salvaram na área de trabalho ou na pasta “meus documentos” de cada computador. Após a aula recolhi os arquivos para análise.

Destaquei que, assim como ocorria nos retângulos R1, R2 e R3 do *kit* de EVA, quando se quer reduzir ou ampliar imagens nos editores de imagens ou aplicativos de celulares “puxamos” a imagem pela diagonal para cima ou para baixo, pois assim as duas dimensões (comprimento e altura) são reduzidas ou ampliadas proporcionalmente pelo mesmo fator. Se puxarmos apenas o comprimento ou apenas a altura vai deformar ou distorcer a imagem.

Apêndice F: – Diário Campo da Pesquisadora – quarto encontro

CAP-UERJ Diário dia 01/03/2013

Encontro 4 (2 tempos de aulas = 100 minutos) **Turma: 64** – 6ºano ensino fundamental.

A aula aconteceu na sala de aula da turma, pois a professora do 7º ano precisava concluir o trabalho com os alunos no LEDEN. Devolvi a produção espontânea do ClC. Lembrei novamente sobre as autorizações. A turma estava muito agitada, devido serem os dois últimos tempos de aula da última semana de aula do ano letivo de 2012.

Fizemos a atividade de reconhecimento 3 sobre a aula anterior, em duplas.

Distribuí as folhas impressas com a mesma imagem ampliada, reduzida e distorcida.

Pedi para que cada dupla numerasse as imagens e fizessem a identificação.

ANEXOS

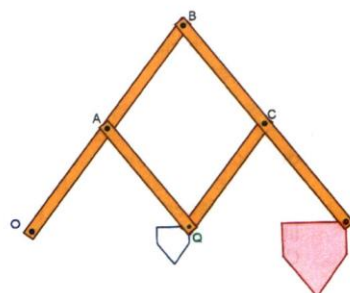
ANEXO A – Pantógrafo de Scheiner – perguntas originais que inspiraram a FAT-8.



Pantograph of Scheiner

How is the machine made?

1. Describe the machine. (How many rods make up the full linkage? Measure the length of the rods. Which geometric figure is formed by the rods?)
2. In the machine there are some vertices fixed on the plane or forced to move in a certain way (bounded vertices) and others free to move on the plane (free vertexes). Which vertices are free? Which vertices are constrained? What are these constraints?



What does the machine do?

3. The two vertices which are free to move on the plane (only a part of the plane) are called the tracer and the pointer. In this machine, the pointer is P and the tracer is Q. Put the pencil in the hole corresponding to the tracer Q. If the pointer P follows a curve or outlines a figure, then the tracer Q draws a curve or a shape ..
 - If the pointer P describes a segment (with length cm), which figure does the tracer Q draw? Compare the figures drawn by the pointer and by the tracer.
 - If the pointer P describes a triangle, what figure is drawn by the tracer Q? If the pointer P describes a square, what figure is drawn by the tracer Q? Compare the figures drawn by the pointer and by the tracer.
4. When the pointer P runs along the shape of a figure, does the tracer Q run along the shape of the corresponding figure in the same direction or not?
5. Given a point A, determine the corresponding point B by the tracer. Explain how the point B can be obtained from the point A without using the articulated system. Give a definition of the transformation implemented by the pantograph.

Why does it do that?

6. Which characteristics of the articulated system allow the maintenance of the relationship between the points P and Q? (justify the answer)
7. Choose a suitable Cartesian axes system and write the equations of the transformation implemented by this pantograph.